

# FÍSICA

**1 c**

A massa inercial mede a dificuldade em se alterar o estado de movimento de uma partícula.

Analogamente, o momento de inércia de massa mede a dificuldade em se alterar o estado de rotação de um corpo rígido. No caso de uma esfera, o momento de inércia em torno de um eixo que passa pelo seu centro

é dado por  $I = \frac{2}{5} MR^2$ , em que  $M$  é a massa da es-

fera e  $R$  seu raio. Para uma esfera de massa  $M = 25,0\text{kg}$  e raio  $R = 15,0\text{cm}$ , a alternativa que melhor representa o seu momento de inércia é

- a)  $22,50 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$       b)  $2,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$   
c)  $0,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$       d)  $0,22 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$   
e)  $22,00 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Resolução**

Dados:

$$M = 25,0\text{kg}$$

$$R = 0,15\text{m}$$

O momento de inércia é dado por

$$I = \frac{2}{5} M R^2$$

$$I = \frac{2}{5} \cdot 25,0 \cdot (0,15)^2 \text{ (SI)}$$

$$I = 0,225\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

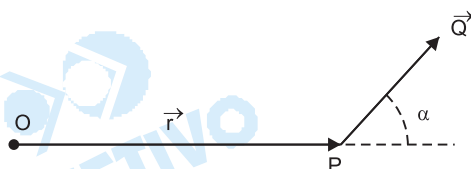
**2 c**

Em um experimento verificou-se a proporcionalidade existente entre energia e a frequência de emissão de uma radiação característica. Neste caso, a constante de proporcionalidade, em termos dimensionais, é equivalente a

- a) Força.  
b) Quantidade de Movimento.  
c) Momento Angular.  
d) Pressão.  
e) Potência.

**Resolução**

Para uma partícula com quantidade de movimento  $\vec{Q}$ , ocupando uma posição  $P$ , define-se quantidade de movimento angular  $\vec{L}$ , em relação a um ponto  $O$ , como sendo o produto vetorial entre  $\vec{Q}$  e o vetor posição  $\vec{r} = P - O$ .



O módulo de  $\vec{L}$  é dado por

$$|\vec{L}| = |\vec{Q}| |\vec{r}| \sin \alpha$$

Em relação às grandezas fundamentais massa ( $M$ ), comprimento ( $L$ ) e tempo ( $T$ ), temos

$$[\vec{L}] = MLT^{-1} \quad L = ML^2T^{-1}$$

Por outro lado, a energia  $E$  relaciona-se com a frequência  $f$  por

$$E = hf \Rightarrow h = \frac{E}{f} \Rightarrow [h] = \frac{ML^2T^{-2}}{T^{-1}}$$

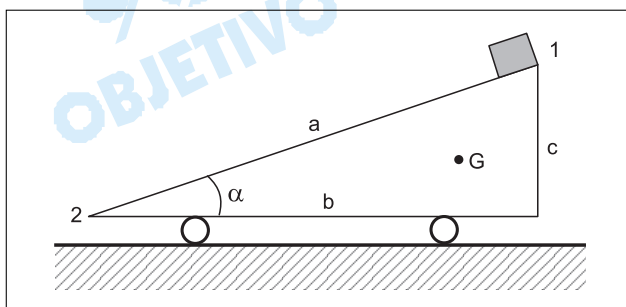
$$[h] = ML^2T^{-1}$$

Portanto  $[\vec{L}] = [h]$

### 3 c

Uma rampa rolante pesa 120N e se encontra inicialmente em repouso, como mostra a figura. Um bloco que pesa 80N, também em repouso, é abandonado no ponto 1, deslizando a seguir sobre a rampa. O centro de massa  $G$  da rampa tem coordenadas:  $x_G = 2b/3$  e  $y_G = c/3$ . São dados ainda:  $a = 15,0\text{m}$  e  $\sin \alpha = 0,6$ . Desprezando os possíveis atritos e as dimensões do bloco, pode-se afirmar que a distância percorrida pela rampa no solo, até o instante em que o bloco atinge o ponto 2, é

- a) 16,0m      b) 30,0m      c) 4,8m  
d) 24,0m      e) 9,6m



#### Resolução

O sistema formado pelo bloco e pela rampa é isolado de forças horizontais e, portanto, a quantidade de movimento horizontal do sistema vai permanecer constante e é nula.

$$\begin{aligned} \vec{Q}_{h1} + \vec{Q}_{h2} &= \vec{0} \\ m_1 \vec{V}_{1h} + m_2 \vec{V}_{2h} &= \vec{0} \\ m_1 \vec{V}_{1h} &= -m_2 \vec{V}_{2h} \end{aligned}$$

$$m_1 |\vec{V}_{1h}| = m_2 |\vec{V}_{2h}|$$

$$m_1 \frac{(a \cos \alpha - x_2)}{\Delta t} = m_2 \frac{x_2}{\Delta t}$$

$$m_1 a \cos \alpha - m_1 x_2 = m_2 x_2$$

$$x_2(m_2 + m_1) = m_1 a \cos \alpha$$

$$x_2 = \frac{m_1 a \cos \alpha}{m_2 + m_1}$$

$$x_2 = \frac{\frac{80}{g} \cdot 15,0 \cdot 0,8}{\frac{200}{g}} \text{ (m)}$$

$$x_2 = 4,8 \text{ m}$$

#### 4 b

Um sistema é composto por duas massas idênticas ligadas por uma mola de constante  $k$ , e repousa sobre uma superfície plana, lisa e horizontal. Uma das massas é então aproximada da outra, comprimindo 2,0cm da mola. Uma vez liberado, o sistema inicia um movimento com o seu centro de massa deslocando com velocidade de 18,0cm/s numa determinada direção. O período de oscilação de cada massa é

- a) 0,70s    b) 0,35s    c) 1,05s    d) 0,50s  
e) indeterminado, pois a constante da mola não é conhecida.

#### Resolução

1) A velocidade do centro de massa é dada por:

$$\vec{Q}_{total} = m_{total} \vec{V}_{CM}$$

$$m V_1 + m V_2 = 2m V_{CM}$$

$$V_1 + V_2 = 2 V_{CM} \quad (1)$$

2) A energia cinética do sistema é dada por:

$$E_C = \frac{m}{2} (V_1^2 + V_2^2) \quad (2)$$

$$\text{De (1): } V_1 = 2V_{CM} - V_2$$

$$\text{Em (2): } E_C = \frac{m}{2} [(2V_{CM} - V_2)^2 + V_2^2]$$

$$E_C = \frac{m}{2} (4V_{CM}^2 + V_2^2 - 4V_{CM}V_2 + V_2^2)$$

$$E_C = \frac{m}{2} (2V_2^2 - 4V_{CM}V_2 + 4V_{CM}^2)$$

Esta função será mínima quando  $V_2 = V_{CM} = V_1$

3) A energia cinética mínima corresponde à energia elástica máxima.

Portanto:

$$E_m = E_{cinmin} + E_{emáx}$$

$$E_m = 2 \cdot \frac{m}{2} V_{CM}^2 + \frac{k x^2}{2}$$

- b) No instante  $t_1$  em que a mola está em seu tamanho natural (sem deformação) um dos blocos estará em repouso ( $V_1 = 0$ ) e outro terá velocidade  $V_2$  dada por:

$$m V_1 + m V_2 = 2 m V_{CM}$$

$$V_2 = 2 V_{CM}$$

No instante  $t_1$  a energia mecânica será dada por:

$$E_m = \frac{m V_2^2}{2} = \frac{m}{2} 4 V_{CM}^2 = 2m V_{CM}^2$$

- 5) Usando-se a conservação da energia mecânica vem:

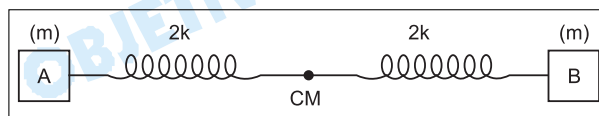
$$m V_{CM}^2 + \frac{k x^2}{2} = 2m V_{CM}^2$$

$$\frac{k x^2}{2} = m V_{CM}^2$$

$$\frac{m}{k} = \frac{x^2}{2 V_{CM}^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{x}{\sqrt{2} V_{CM}}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{0,02}{\sqrt{2} \cdot 0,18} \text{ (SI)} = \frac{1}{9 \sqrt{2}} \text{ (SI)}$$

- 6) Por outro lado o sistema vai oscilar com cada bloco realizando um MHS em relação ao centro de massa do sistema



Cada metade da mola terá constante elástica igual a  $2k$  e o período de oscilação de cada bloco é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{9\sqrt{2}} \text{ (s)} = \frac{\pi}{9} \text{ (s)}$$

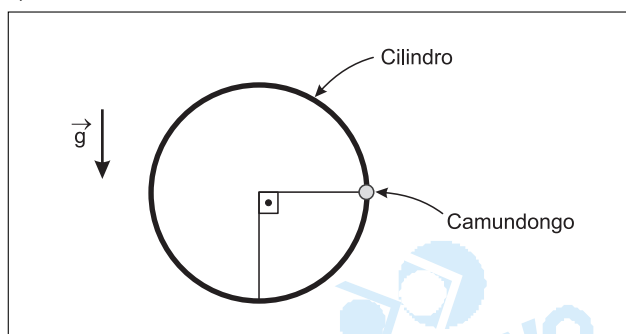
$$T \cong 0,35s$$

**5 a**

Um pequeno camundongo de massa  $M$  corre num plano vertical no interior de um cilindro de massa  $m$  e eixo horizontal. Suponha-se que o ratinho alcance a posição indicada na figura imediatamente no início de sua corrida, nela permanecendo devido ao movimento giratório

de reação do cilindro, suposto ocorrer sem resistência de qualquer natureza. A energia despendida pelo rato durante um intervalo de tempo  $T$  para se manter na mesma posição enquanto corre é

- a)  $E = \frac{M^2}{2m} g^2 T^2$ .      b)  $E = M g^2 T^2$ .  
 c)  $E = \frac{m^2}{M} g^2 T^2$ .      d)  $E = m g^2 T^2$ .  
 e) n.d.a.



### Resolução

O momento de inércia  $I$  de um cilindro oco, em relação a um eixo que passa pelo seu centro, é dado por  $I = m R^2$ ,

em que  $m$  é a massa e  $R$ , o raio do cilindro.

A energia cinética de rotação do cilindro ( $E_C$ ) é dada por

$$E_C = \frac{I \omega^2}{2} = \frac{m R^2}{2} \cdot \omega^2$$

Como  $\omega \cdot R = V$  (velocidade tangencial do cilindro), vem

$$E_C = \frac{m V^2}{2}$$

Isso significa que podemos imaginar o cilindro substituído por um ponto material de massa  $m$  com velocidade escalar  $V$ .

Para se manter em repouso, o camundongo deve trocar com o cilindro uma força vertical de intensidade igual à de seu peso,  $Mg$ .

Aplicando-se a 2ª lei de Newton:

$$Mg = m a \Rightarrow a = \frac{Mg}{m} \text{ (constante)}$$

A velocidade escalar  $V$  é dada por

$$V = V_0 + a T$$

Para  $V_0 = 0$  e  $a = \frac{Mg}{m}$ , vem

$$V = \frac{Mg}{m} T$$

$$\text{Portanto, } E_C = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2} \frac{M^2 g^2 T^2}{m^2}$$

$$E_C = \frac{M^2 g^2 T^2}{2m}$$

A energia cinética adquirida pelo cilindro corresponde à energia dispendida pelo camundongo.

## 6 d

Um dos fenômenos da dinâmica de galáxias, considerado como evidência da existência de matéria escura, é que estrelas giram em torno do centro de uma galáxia com a mesma velocidade angular, independentemente de sua distância ao centro. Sejam  $M_1$  e  $M_2$  as porções de massa (uniformemente distribuída) da galáxia no interior de esferas de raios  $R$  e  $2R$ , respectivamente. Nestas condições, a relação entre essas massas é dada por

- a)  $M_2 = M_1$ .      b)  $M_2 = 2M_1$ .  
c)  $M_2 = 4M_1$ .      d)  $M_2 = 8M_1$ .  
e)  $M_2 = 16M_1$ .

### Resolução

Como as porções de massa da galáxia no interior das esferas são uniformemente distribuídas, a densidade das esferas é a mesma e a massa é proporcional ao volume.

$$M_1 = k \frac{4}{3} \pi R_1^3$$

$$M_2 = k \frac{4}{3} \pi R_2^3$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^3 = \left( \frac{2R}{R} \right)^3$$

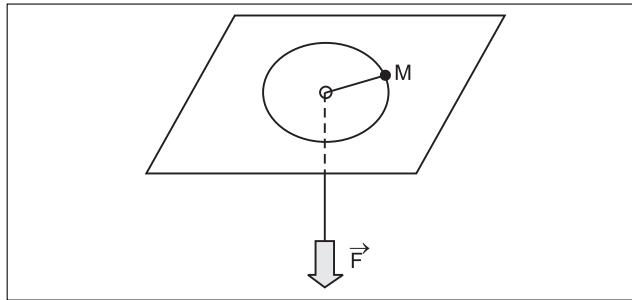
$$\frac{M_2}{M_1} = 8 \Rightarrow M_2 = 8M_1$$

## 7 d

Um corpo de massa  $M$ , mostrado na figura, é preso a um fio leve, inextensível, que passa através de um orifício central de uma mesa lisa. Considere que inicialmente o corpo se move ao longo de uma circunferência, sem atrito. O fio é, então, puxado para baixo,

aplicando-se uma força  $\vec{F}$ , constante, a sua extremidade livre. Podemos afirmar que:

- a) o corpo permanecerá ao longo da mesma circunferência.
- b) a força  $\vec{F}$  não realiza trabalho, pois é perpendicular à trajetória.
- c) a potência instantânea de  $\vec{F}$  é nula.
- d) o trabalho de  $\vec{F}$  é igual à variação da energia cinética do corpo.
- e) o corpo descreverá uma trajetória elíptica sobre a mesa.



### Resolução

Inicialmente, o corpo **M** estava em movimento circular uniforme sob ação da força tensora aplicada pelo fio que fazia o papel de resultante centrípeta.

Quando aumentamos a força do fio para um valor  $\vec{F}$  (mantido constante), a distância entre o corpo e o orifício vai diminuir; a trajetória de **M** deixa de ser circular e a força aplicada pelo fio passa a ter uma componente tangencial que vai realizar trabalho, provocando a variação da energia cinética do corpo de massa **M**.

Como a força  $\vec{F}$  é a resultante externa que age no sistema e não há trabalho interno, de acordo com o **teorema da energia cinética o trabalho de  $\vec{F}$  é igual à variação da energia cinética do corpo**.

### 8 a

Uma esfera metálica isolada, de 10,0 cm de raio, é carregada no vácuo até atingir o potencial  $U = 9,0V$ . Em seguida, ela é posta em contato com outra esfera metálica isolada, de raio  $R_2 = 5,0$  cm. Após atingido o equilíbrio, qual das alternativas abaixo melhor descreve a situação física?

É dado que  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .

- a) A esfera maior terá uma carga de  $0,66 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ .
- b) A esfera maior terá um potencial de 4,5 V.
- c) A esfera menor terá uma carga de  $0,66 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ .
- d) A esfera menor terá um potencial de 4,5 V.
- e) A carga total é igualmente dividida entre as 2 esferas.

### Resolução

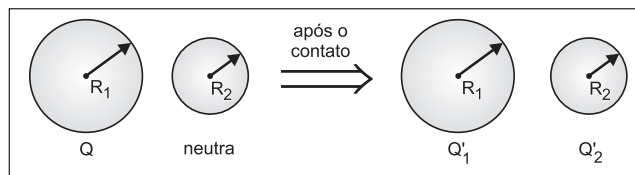
Vamos inicialmente calcular a carga elétrica  $Q$  da esfe-

ra de raio  $R_1 = 10,0\text{cm}$  e sob potencial  $U = 9,0\text{V}$ .

$$U = K_0 \cdot \frac{Q}{R_1} \left( K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)$$

$$9,0 = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{10,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow Q = 1,0 \cdot 10^{-10}\text{C}$$

Esta esfera foi colocada em contato com outra esfera de raio  $R_2 = 5,0\text{cm}$ , a qual estamos supondo inicialmente neutra. Sejam  $Q'_1$  e  $Q'_2$  as novas cargas elétricas após atingido o equilíbrio eletrostático:



Pelo princípio da conservação das cargas elétricas, temos:

$$Q = Q'_1 + Q'_2$$

$$1,0 \cdot 10^{-10} = Q'_1 + Q'_2 \quad \text{①}$$

As novas cargas  $Q'_1$  e  $Q'_2$  são proporcionais aos respectivos raios  $R_1$  e  $R_2$ :

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{10,0}{5,0} \Rightarrow Q'_1 = 2 \cdot Q'_2 \quad \text{②}$$

De ① e ②, vem:

$$1,0 \cdot 10^{-10} = 2Q'_2 + Q'_2$$

$$Q'_2 = \frac{1}{3} \cdot 1,0 \cdot 10^{-10}\text{C} \Rightarrow Q'_2 \cong 0,33 \cdot 10^{-10}\text{C}$$

$$\text{De ②: } Q'_1 = \frac{2}{3} \cdot 1,0 \cdot 10^{-10}\text{C} \Rightarrow Q'_1 \cong 0,66 \cdot 10^{-10}\text{C}$$

Portanto, a esfera maior terá uma carga de aproximadamente  $0,66 \cdot 10^{-10}\text{C}$ .

O potencial de equilíbrio pode ser calculado usando qualquer uma das esferas:

$$V = K_0 \cdot \frac{Q'_1}{R_1}$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot 1,0 \cdot 10^{-10}}{10,0 \cdot 10^{-2}} \quad (\text{SI})$$

$$V = 6,0 \text{ volts}$$

**9 d**

Um dispositivo desloca, com velocidade constante, uma carga de  $1,5C$  por um percurso de  $20,0\text{ cm}$  através de um campo elétrico uniforme de intensidade  $2,0 \cdot 10^3\text{ N/C}$ . A força eletromotriz do dispositivo é

- a)  $60 \cdot 10^3\text{ V}$       b)  $40 \cdot 10^3\text{ V}$   
c)  $600\text{ V}$       d)  $400\text{ V}$   
e)  $200\text{ V}$

**Resolução**

Vamos imaginar o dispositivo como sendo um capacitor plano, ligado a uma bateria, de modo que o campo elétrico uniforme gerado anule o campo elétrico uniforme dado. A intensidade  $E$  deste campo relaciona-se com a distância  $d$  e a tensão  $U$  pela fórmula:

$$U = E \cdot d$$

$$U = 2,0 \cdot 10^3 \cdot 20,0 \cdot 10^{-2} (\text{V})$$

$$U = 400\text{V}$$

Esta ddp coincide com a força eletromotriz da bateria.

**10 e**

Sendo dado que  $1\text{ J} = 0,239\text{ cal}$ , o valor que melhor expressa, em calorias, o calor produzido em 5 minutos de funcionamento de um ferro elétrico, ligado a uma fonte de  $120\text{ V}$  e atravessado por uma corrente de  $5,0\text{ A}$ , é

- a)  $7,0 \cdot 10^4$       b)  $0,70 \cdot 10^4$   
c)  $0,070 \cdot 10^4$       d)  $0,43 \cdot 10^4$   
e)  $4,3 \cdot 10^4$

**Resolução**

A potência elétrica do ferro é:

$$P = U \cdot i \rightarrow P = 120 \cdot 5 (\text{W}) = 600\text{W}$$

A energia dissipada em 5 minutos é:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t \rightarrow E_{el} = 600 \cdot 5 \cdot 60 (\text{J}) \rightarrow E_{el} = 1,8 \cdot 10^5\text{ J}$$

Transformando em calorias

$$\begin{array}{lcl} 1\text{ J} & \longrightarrow & 0,239\text{ cal} \\ 1,8 \cdot 10^5\text{ J} & \longrightarrow & Q \end{array}$$

$$Q = 4,3 \cdot 10^4\text{ cal}$$

**11 e**

Para se proteger do apagão, o dono de um bar conectou uma lâmpada a uma bateria de automóvel ( $12,0\text{V}$ ). Sabendo que a lâmpada dissipa  $40,0\text{W}$ , os valores que melhor representam a corrente  $I$  que a atravessa e sua resistência  $R$  são, respectivamente, dados por

- a)  $I = 6,6\text{A}$  e  $R = 0,36\Omega$

- b)  $I = 6,6A$  e  $R = 0,18\Omega$   
 c)  $I = 6,6A$  e  $R = 3,6\Omega$   
 d)  $I = 3,3A$  e  $R = 7,2\Omega$   
 e)  $I = 3,3A$  e  $R = 3,6\Omega$

**Resolução**

Para obter a intensidade de corrente, fazemos:

$$P = U \cdot i \rightarrow i = \frac{P}{U} \rightarrow i = \frac{40,0W}{12,0V}$$

$$i \cong 3,3A$$

Para obter a resistência elétrica do filamento, fazemos:

$$P = \frac{U^2}{R} \rightarrow R = \frac{U^2}{P} \rightarrow R = \frac{(12,0)^2}{40,0} (\Omega)$$

$$R = 3,6\Omega$$

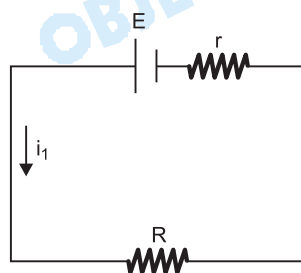
**12 e**

Numa prática de laboratório, um estudante conectou uma bateria a uma resistência, obtendo uma corrente  $i_1$ . Ligando em série mais uma bateria, idêntica à primeira, a corrente passa ao valor  $i_2$ . Finalmente, ele liga as mesmas baterias em paralelo e a corrente que passa pelo dispositivo torna-se  $i_3$ . Qual das alternativas abaixo expressa uma relação existente entre as correntes  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ ?

- a)  $i_2 i_3 = 2i_1 (i_2 + i_3)$ .  
 b)  $2i_2 i_3 = i_1 (i_2 + i_3)$ .  
 c)  $i_2 i_3 = 3i_1 (i_2 + i_3)$ .  
 d)  $3i_2 i_3 = i_1 (i_2 + i_3)$ .  
 e)  $3i_2 i_3 = 2i_1 (i_2 + i_3)$ .

**Resolução**

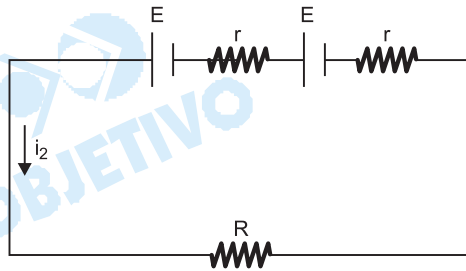
**1º circuito:**



**Lei de Pouillet**

$$i_1 = \frac{E}{r + R} \quad \textcircled{1}$$

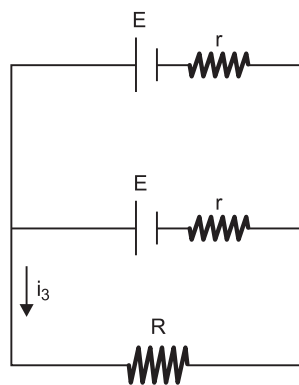
**2º circuito:**



**Lei de Pouillet**

$$i_2 = \frac{2E}{2r + R} \quad (2)$$

**3º circuito:**



**Lei de Pouillet**

$$i_3 = \frac{E}{\frac{r}{2} + R} \quad (3)$$

$$\text{De } (1) : r + R = \frac{E}{i_1} \quad (4)$$

$$\text{De } (2) : 2r + R = \frac{2E}{i_2} \quad (5)$$

Das equações (4) e (5) tiramos os valores de r e R:

$$r = \frac{2E}{i_2} - \frac{E}{i_1}$$

$$R = \frac{2E}{i_1} - \frac{2E}{i_2}$$

Substituindo-se r e R na (3), vem

$$i_3 = \frac{E}{\frac{E}{i_2} - \frac{E}{2i_1} + \frac{2E}{i_1} - \frac{2E}{i_2}} =$$

$$i_3 = \frac{\frac{1}{\frac{3}{2i_1} + \frac{1}{i_2}}}{\frac{3i_2 - 2i_1}{2i_1 i_2}}$$

$$i_3 = \frac{2i_1 i_2}{3i_2 - 2i_1}$$

$$3i_2 i_3 - 2i_1 i_3 = 2i_1 i_2$$

$$3i_2 i_3 = 2i_1 (i_2 + i_3)$$

### 13 e

Um capacitor de capacitância igual a  $0,25 \cdot 10^{-6} \text{F}$  é carregado até um potencial de  $1,00 \cdot 10^5 \text{V}$ , sendo então descarregado até  $0,40 \cdot 10^5 \text{V}$  num intervalo de tempo de  $0,10 \text{s}$ , enquanto transfere energia para um equipamento de raios-X. A carga total,  $Q$ , e a energia,  $\mathcal{E}$ , fornecidas ao tubo de raios-X, são melhor representadas respectivamente por

- a)  $Q = 0,005 \text{C}$  e  $\mathcal{E} = 1250 \text{J}$
- b)  $Q = 0,025 \text{C}$  e  $\mathcal{E} = 1250 \text{J}$
- c)  $Q = 0,025 \text{C}$  e  $\mathcal{E} = 1050 \text{J}$
- d)  $Q = 0,015 \text{C}$  e  $\mathcal{E} = 1250 \text{J}$
- e)  $Q = 0,015 \text{C}$  e  $\mathcal{E} = 1050 \text{J}$

#### Resolução

A carga elétrica inicial do capacitor é dada por:

$$Q_1 = C \cdot U_1$$

$$Q_1 = 0,25 \cdot 10^{-6} \cdot 1,00 \cdot 10^5 \text{ (C)}$$

$$Q_1 = 0,025 \text{ C}$$

A carga elétrica final do capacitor vale:

$$Q_2 = C \cdot U_2$$

$$Q_2 = 0,25 \cdot 10^{-6} \cdot 0,40 \cdot 10^5 \text{ (C)}$$

$$Q_2 = 0,010 \text{ C}$$

Logo, a carga elétrica fornecida ao tubo de raios-X é:

$$Q = Q_1 - Q_2$$

$$Q = 0,025 - 0,010 \text{ (C)}$$

$$Q = 0,015 \text{ C}$$

A energia potencial elétrica inicial armazenada pelo capacitor é dada por:

$$\mathcal{E}_{pot_1} = \frac{Q_1 U_1}{2}$$

$$\mathcal{E}_{pot_1} = \frac{0,025 \cdot 1,00 \cdot 10^5}{2} \text{ (J)}$$

$$\mathcal{E}_{pot_1} = 1250 \text{ J}$$

A energia potencial elétrica final do capacitor vale:

$$\mathcal{E}_{pot_2} = \frac{Q_2 U_2}{2}$$

$$\mathcal{E}_{pot_2} = \frac{0,010 \cdot 0,40 \cdot 10^5}{2} \text{ (J)}$$

$$\mathcal{E}_{pot_2} = 200 \text{ J}$$

Logo, a energia fornecida ao tubo de raios-X é:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{pot_1} - \mathcal{E}_{pot_2}$$

$$\mathcal{E} = 1250 - 200 \text{ (J)}$$

$$\mathcal{E} = 1050 \text{ J}$$

#### 14 b

Uma máquina térmica reversível opera entre dois reservatórios térmicos de temperaturas  $100^\circ\text{C}$  e  $127^\circ\text{C}$ , respectivamente, gerando gases aquecidos para acionar uma turbina. A eficiência dessa máquina é melhor representada por

- a) 68%.      b) 6,8%.      c) 0,68%.  
d) 21%.      e) 2,1%.

#### Resolução

A eficiência de uma máquina térmica é obtida pela expressão

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

em que  $T_F$  é a temperatura absoluta da fonte fria e  $T_Q$  a da fonte quente.

Assim:

$$T_F = 100^\circ\text{C} = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$$

$$T_Q = 127^\circ\text{C} = (127 + 273) \text{ K} = 400 \text{ K}$$

Portanto:

$$\eta = 1 - \frac{373}{400}$$

$$\eta = 1 - 0,9325$$

$$\eta = 0,0675$$

A eficiência percentual vale:

$$\eta(\%) = 100 \cdot \eta$$

$$\eta(\%) = 100 \cdot 0,0675$$

$$\eta(\%) = 6,75$$

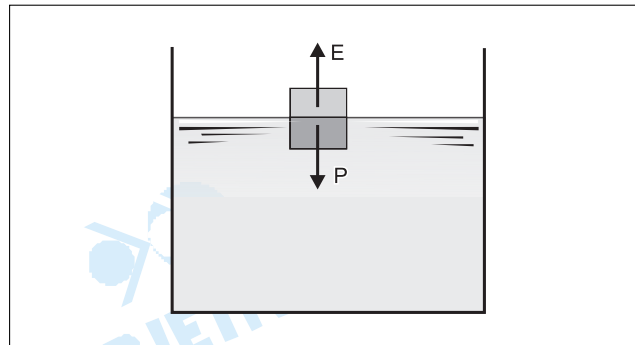
$$\eta(\%) \approx 6,8\%$$

### 15 e

Um pedaço de gelo flutua em equilíbrio térmico com uma certa quantidade de água depositada em um balde. À medida que o gelo derrete, podemos afirmar que

- o nível da água no balde aumenta, pois haverá uma queda de temperatura da água.
- o nível da água no balde diminui, pois haverá uma queda de temperatura da água.
- o nível da água no balde aumenta, pois a densidade da água é maior que a densidade do gelo.
- o nível da água no balde diminui, pois a densidade da água é maior que a densidade do gelo.
- o nível da água no balde não se altera.

#### Resolução



Para o equilíbrio do bloco de gelo, temos:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = \mu_g V_g g$$

Portanto, o volume imerso de gelo  $V_i$  é dado por:

$$V_i = \frac{\mu_g V_g}{\mu_a} \quad (1)$$

Quando o gelo derrete, a massa de água obtida é igual à massa de gelo:

$$m_a = m_g \Rightarrow \mu_a V_a = \mu_g V_g \Rightarrow V_a = \frac{\mu_g V_g}{\mu_a} \quad (2)$$

Comparando-se as relações (1) e (2) verificamos que o volume da água obtida com a fusão do gelo é igual ao volume de gelo que estava imerso e, portanto, o nível da água no balde não se altera.

### 16 b

Um pequeno tanque, completamente preenchido com 20,0ℓ de gasolina a 0°F, é logo a seguir transferido para uma garagem mantida à temperatura de 70°F. Sendo  $\gamma = 0,0012^{\circ}\text{C}^{-1}$  o coeficiente de expansão volumétrica da gasolina, a alternativa que melhor expressa o volume de gasolina que vazará em consequência do seu aquecimento até a temperatura da garagem é

- a) 0,507ℓ      b) 0,940ℓ      c) 1,68ℓ  
d) 5,07ℓ      b) 0,17ℓ

#### Resolução

Ao ser transferida para a garagem, a gasolina sofreu um aumento de 70°F (de 0°F para 70°F) em sua temperatura. Como o coeficiente de expansão da gasolina foi dado em  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ , a variação de temperatura deve ser convertida para a escala Celsius.

Assim:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{70}{180}$$

$$\Delta\theta_C \cong 38,9^{\circ}\text{C}$$

Considerando-se que o tanque não se dilatou, a parte da gasolina que transborda é calculada por:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = 20,0 \cdot 0,0012 \cdot 38,9$$

$$\Delta V \cong 0,940\ell$$

### 17 e

Deseja-se enrolar um solenóide de comprimento  $z$  e diâmetro  $D$ , utilizando-se uma única camada de fio de cobre de diâmetro  $d$  enrolado o mais junto possível. A uma temperatura de 75°C, a resistência por unidade de comprimento do fio é  $r$ . Afim de evitar que a temperatura ultrapasse os 75°C, pretende-se restringir a um valor  $P$  a potência dissipada por efeito Joule. O máximo valor do campo de indução magnética que se pode obter dentro do solenóide é

a)  $B_{\max} = \mu_0 \left( \frac{P}{rDzd} \right)^{1/2}$

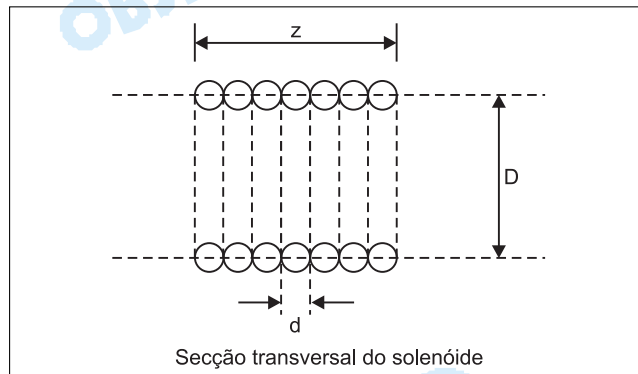
b)  $B_{\max} = \mu_0 \left( \frac{\pi P}{rDzd} \right)$

c)  $B_{\max} = \mu_0 \left( \frac{2P}{\pi rDzd} \right)$

$$d) B_{\max} = \mu_0 \left( \frac{P}{\pi r D z d} \right)$$

$$e) B_{\max} = \mu_0 \left( \frac{P}{\pi r D z d} \right)^{1/2}$$

### Resolução



O campo magnético no interior do solenóide tem intensidade

$$\textcircled{1} B = \mu_0 \cdot \frac{n}{\ell} \cdot i, \text{ onde } n \text{ é o número de espiras e } \ell$$

o comprimento do solenóide.

Portanto, temos  $\ell = z$  e  $n \cdot d = z \Rightarrow n = \frac{z}{d}$

Em  $\textcircled{1}$ , resulta

$$B = \mu_0 \cdot \frac{z/d}{z} \cdot i$$

$$\textcircled{2} B = \frac{\mu_0}{d} \cdot i$$

O comprimento do fio que constitui o solenóide é

$$C = \pi \cdot D \cdot n \Rightarrow C = \pi \cdot D \cdot \frac{z}{d}$$

Sendo  $r$  a resistência por unidade de comprimento e  $R$  a resistência total do fio, temos

$$R = C \cdot r \Rightarrow R = \pi D \cdot \frac{z}{d} \cdot r$$

A máxima potência  $P$  dissipada no fio é

$$P = Ri^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{P}{R}} \Rightarrow i = \sqrt{\frac{P \cdot d}{\pi D z r}} \quad \textcircled{3}$$

Esta corrente é a máxima admitida no fio.

Substituindo-se  $\textcircled{3}$  em  $\textcircled{2}$ , obtemos o máximo valor de  $B$ :

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{d} \cdot \sqrt{\frac{P \cdot d}{\pi D z r}}$$

$$B_{\max} = \mu_0 \cdot \sqrt{\frac{P}{\pi r D z d}}$$

**18 a**

Um pesquisador percebe que a frequência de uma nota emitida pela buzina de um automóvel parece cair de 284 Hz para 266 Hz à medida que o automóvel passa por ele. Sabendo que a velocidade do som no ar é 330m/s, qual das alternativas melhor representa a velocidade do automóvel?

- a) 10,8m/s                      b) 21,6m/s                      c) 5,4m/s  
d) 16,2m/s                      e) 8,6m/s

**Resolução**

Essa percepção de variação de frequência do som é devida ao **Efeito Doppler-Fizeau**, cuja equação é expressa por:

$$\frac{f_o}{V \pm V_o} = \frac{f_F}{V \pm V_F}$$

em que  $f_o$  é a frequência percebida pelo observador;  $f_F$  a frequência do som emitido pela fonte;  $V$  a velocidade do som no ar do local;  $V_o$  a velocidade do observador e  $V_F$  a velocidade da fonte emissora do som, velocidades estas em relação ao solo terrestre.

O sinal obedece à orientação:

$$\text{observador} \xrightarrow{\oplus} \text{fonte}$$

Na aproximação da fonte, em relação ao observador que se encontra em repouso, temos:

$$\frac{284}{330} = \frac{f_F}{330 - V_F}$$

$$f_F = \frac{284(330 - V_F)}{330} \quad (I)$$

No afastamento, temos:

$$\frac{266}{330} = \frac{f_F}{330 + V_F}$$

$$f_F = \frac{266(330 + V_F)}{330} \quad (II)$$

Igualando-se I e II, vem:

$$284(330 - V_F) = 266(330 + V_F)$$

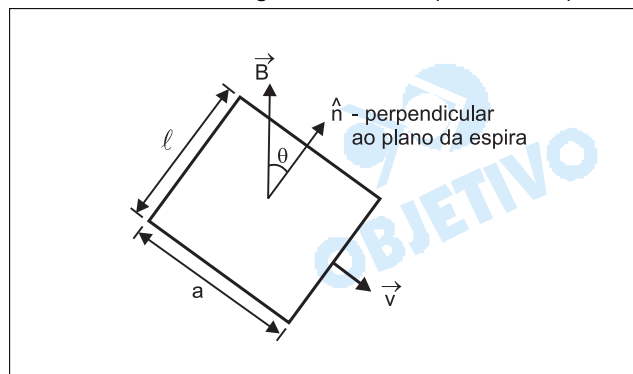
$$93720 - 284V_F = 87780 + 266V_F$$

$$5940 = 550 V_F$$

$$V_F = 10,80 \text{ m/s}$$

**19 e**

A figura mostra uma espira condutora que se desloca com velocidade constante  $v$  numa região com campo magnético uniforme no espaço e constante no tempo. Este campo magnético forma um ângulo  $\theta$  com o plano da espira. A força eletromotriz máxima produzida pela variação de fluxo magnético no tempo ocorre quando



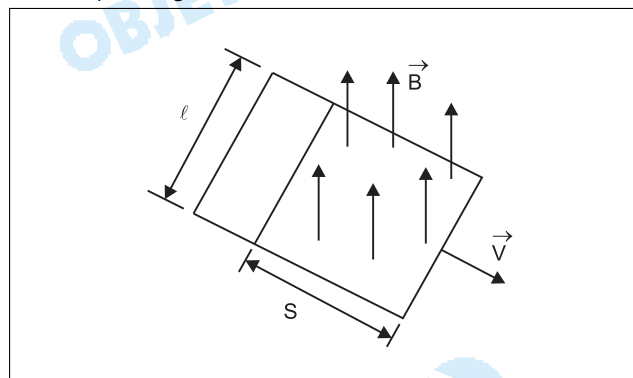
- a)  $\theta = 0^\circ$       b)  $\theta = 30^\circ$       c)  $\theta = 45^\circ$   
 d)  $\theta = 60^\circ$       e) n.d.a.

**Resolução**

Pelo enunciado, a espira se desloca numa região com campo magnético uniforme e constante no tempo. Fica, então, subentendido que a espira está totalmente imersa no campo. Logo, não há variação de fluxo magnético e a força eletromotriz induzida é nula.

Observações:

1ª) Se a espira estivesse penetrando ou saindo do campo magnético, teríamos:



$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta \quad (\theta \text{ é o ângulo de } \vec{B} \text{ com } \vec{n})$$

$$\phi = B \cdot \ell \cdot s \cdot \cos \theta$$

Pela Lei de Faraday, a f.e.m. induzida  $E$  é:

$$E = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

$$E = B \cdot \ell \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \cos \theta$$

$$\text{Mas } \frac{ds}{dt} = v. \text{ Logo:}$$

$$E = B \ell \cdot v \cos \theta$$

O valor máximo de  $E$  corresponde a  $\cos \theta = 1$ , isto é,  $\theta = 0^\circ$ . Note que o ângulo  $\theta$  é entre  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$ .

2ª) O enunciado é discordante com a figura dada, com respeito ao ângulo  $\theta$ .

**20 c**

Fragmento infinitésimo,  
Quase que apenas mental,  
Quantum granulado no mel,  
Quantum ondulado do sal,  
Mel de urânio, sal de rádio  
Qualquer coisa quase ideal.

Um trecho da música "Quanta", de Gilberto Gil, é reproduzido no destaque ao lado.

As frases "Quantum granulado no mel" e "Quantum ondulado do sal" relacionam-se, na Física, com

- a) Conservação de Energia.
- b) Conservação da Quantidade de Movimento.
- c) Dualidade Partícula-onda.
- d) Princípio da Causalidade.
- e) Conservação do Momento Angular.

#### Resolução

A expressão "Quantum granulado no mel" sugere energia associada a **partículas**, enquanto a expressão "Quantum ondulado do sal", sugere energia associada a **ondas**.

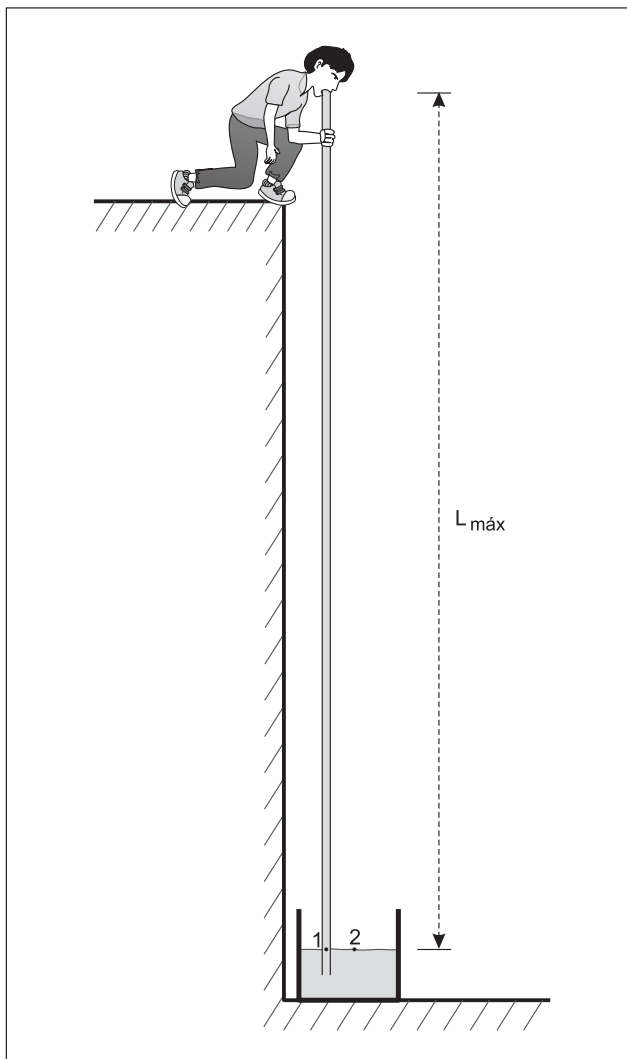
Isso nos remete à opção C, que menciona o conceito de dualidade partícula-onda.

**21**

Estamos habituados a tomar sucos e refrigerantes usando canudinhos de plástico. Neste processo estão envolvidos alguns conceitos físicos importantes. Utilize seus conhecimentos de física para estimar o máximo comprimento que um canudinho pode ter e ainda permitir que a água chegue até a boca de uma pessoa. Considere que o canudinho deve ser sugado sempre na posição vertical. Justifique suas hipóteses e assuma, quando julgar necessário, valores para as grandezas físicas envolvidas.

Dado:  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

### Resolução



O comprimento máximo do canudinho ( $L_{máx}$ ), admitindo-se que esteja totalmente cheio de refrigerante, será verificado quando a pessoa conseguir estabelecer no interior da sua boca, na região em contato com a extremidade superior do canudinho, praticamente o **vácuo**. Os pontos **1** e **2** indicados no esquema pertencem ao mesmo líquido em equilíbrio e estão no mesmo nível horizontal, por isso esses pontos suportam pressões iguais.

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \mu g L_{máx} = p_{atm}$$

Adotando para a densidade do refrigerante o valor  $\mu = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , para a intensidade da aceleração da gravidade o valor  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e para a pressão atmosférica o valor  $p_{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , calculemos  $L_{máx}$ .

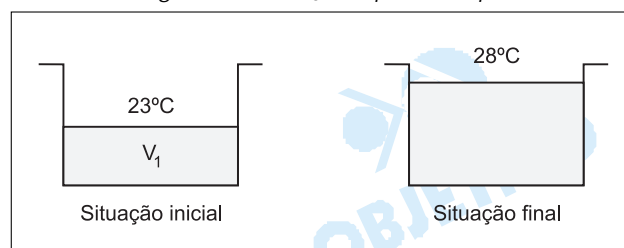
$$1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8 L_{máx} = 1,013 \cdot 10^5 \Rightarrow L_{máx} \cong 10,31\text{m}$$

**Resposta: 10,31m**

Mediante chave seletora, um chuveiro elétrico tem a sua resistência graduada para dissipar 4,0kW no inverno, 3,0kW no outono, 2,0kW na primavera e 1,0kW no verão. Numa manhã de inverno, com temperatura ambiente de 10°C, foram usados 10,0 l de água desse chuveiro para preencher os 16% do volume faltante do aquário de peixes ornamentais, de modo a elevar sua temperatura de 23°C para 28°C. Sabe-se que 20% da energia é perdida no aquecimento do ar, a densidade da água é  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$  e calor específico da água é 4,18J/gK. Considerando que a água do chuveiro foi colhida em 10 minutos, em que posição se encontrava a chave seletora? Justifique.

### Resolução

Temos as seguintes situações para o aquário



Seja  $V_2 = 10\ell$ , o volume de água, a uma temperatura  $\theta_0$ , acrescentada no aquário, correspondente a 16% do volume faltante.

$$\begin{aligned} 16\% &\leftrightarrow 10\ell \\ 84\% &\leftrightarrow V_1 \end{aligned} \Rightarrow V_1 = \frac{0,84 \cdot 10\ell}{0,16}$$

$$V_1 = 52,5\ell$$

Cálculo da temperatura  $\theta_0$ :

$$Q_{\text{rec}} + Q_{\text{ced}} = 0$$

$$m_1 \cdot c \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta_2 = 0 \Rightarrow V_1 \cdot \Delta\theta_1 + V_2 \cdot \Delta\theta_2 = 0$$

$$52,5 \cdot 10^3 \cdot (28 - 23) + 10 \cdot 10^3 \cdot (28 - \theta_0) = 0$$

$$\theta_0 = 54,25^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura da água despejada no aquário})$$

Apenas 80% da energia fornecida pelo chuveiro no aquecimento da água foi utilizada, devido a perdas de 20% para o ar.

$$0,8P \cdot \Delta t = m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$0,8 \cdot P \cdot 10 \cdot 60 = 10 \cdot 10^3 \cdot 4,18 \cdot (54,25 - 10)$$

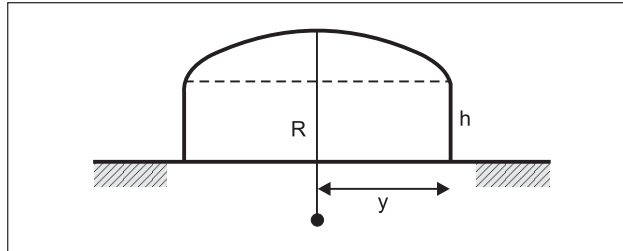
$$P = 3853,4\text{W} \quad \text{ou} \quad P \cong 4\text{kW}$$

Concluimos, portanto, que a chave seletora se encontrava na posição "inverno".

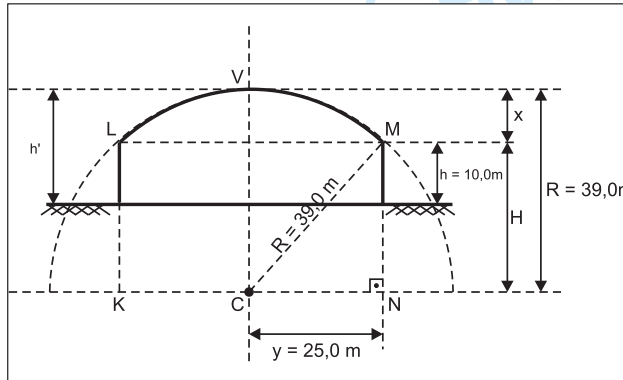
Um ginásio de esportes foi projetado na forma de uma cúpula com raio de curvatura  $R = 39,0\text{m}$ , apoiada sobre uma parede lateral cilíndrica de raio  $y = 25,0\text{m}$  e altura  $h = 10,0\text{m}$ , como mostrado na figura. A cúpula comporta-se como um espelho esférico de distância focal  $f$

$$= \frac{R}{2}, \text{ refletindo ondas sonoras, sendo seu topo}$$

o vértice do espelho. Determine a posição do foco relativa ao piso do ginásio. Discuta, em termos físicos as consequências práticas deste projeto arquitetônico.



### Resolução



- 1) A distância focal do espelho esférico (cúpula) é dada por:

$$f = \frac{R}{2} = \frac{39,0}{2} = 19,5\text{m}$$

- 2) Do triângulo retângulo CMN, vem:

$$R^2 = H^2 + y^2$$

$$39,0^2 = H^2 + 25,0^2$$

$$H \cong 29,9\text{m}$$

- 3) Da figura, temos:

$$\begin{aligned} H + x &= R \\ 29,9 + x &= 39,0 \\ x &= 9,1\text{m} \end{aligned}$$

- 4) A altura total ( $h'$ ) do vértice da cúpula até o piso é dada por:

$$\begin{aligned} h' &= h + x \\ h' &= 10,0 + 9,1 \\ h' &= 19,1\text{m} \end{aligned}$$

5) Mas  $f > h'$  e, portanto:

$$d = f - h'$$

$$d = 19,5 - 19,1$$

$$d = 0,4\text{m}$$

Ou seja, **o foco do espelho esférico está 0,4m abaixo do nível do piso** do ginásio.

6) Como consequência prática, teremos uma concentração de ondas sonoras 0,4m acima do solo, uma vez que o solo se comporta como um espelho plano.

**24**

Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 10,0 anos-luz da Terra. Metade do percurso é percorrida com aceleração de  $15 \text{ m/s}^2$ , e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta da viagem do sonho de Billy. Justifique detalhadamente.

#### Resolução

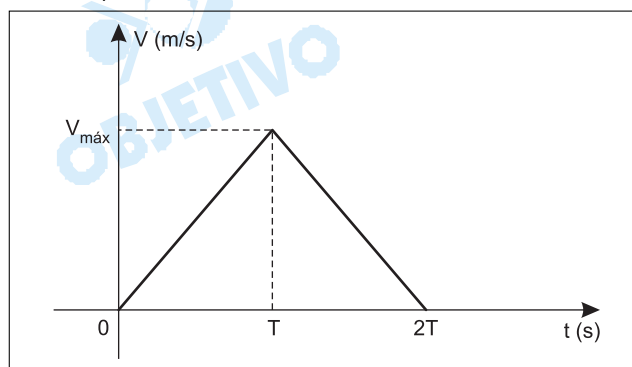
1) O ano-luz é a distância percorrida pela luz, com velocidade de módulo  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , em um intervalo de tempo de 1 ano  $\cong 3,2 \cdot 10^7 \text{ s}$ .

Portanto,  $1 \text{ ano-luz} \cong 9,6 \cdot 10^{15} \text{ m}$

2) A distância entre a Terra e Gama será

$$d = 10,0 \cdot 9,6 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,6 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

3) O gráfico da velocidade escalar  $V \times$  tempo  $t$  será dado por



A aceleração em cada trecho tem módulo  $a$  dado por

$$a = \frac{V_{\text{máx}}}{T} = 15 \Rightarrow \boxed{V_{\text{máx}} = 15T} \quad (1)$$

A área do gráfico velocidade escalar  $\times$  tempo mede a distância percorrida  $d$ .

$$d = \text{área} (V \times t)$$

$$9,6 \cdot 10^{16} = \frac{2T \cdot V_{\text{máx}}}{2}$$

$$V_{\text{máx}} \cdot T = 9,6 \cdot 10^{16} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1) temos

$$15T \cdot T = 9,6 \cdot 10^{16}$$

$$T^2 = \frac{9,6 \cdot 10^{16}}{15} = 0,64 \cdot 10^{16}$$

$$T = 0,8 \cdot 10^8 \text{ s} = 8,0 \cdot 10^7 \text{ s}$$

O tempo total de ida e volta ( $\Delta t$ ) é dado por

$$\Delta t = 4T = 32,0 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\Delta t = 3,2 \cdot 10^8 \text{ s}$$

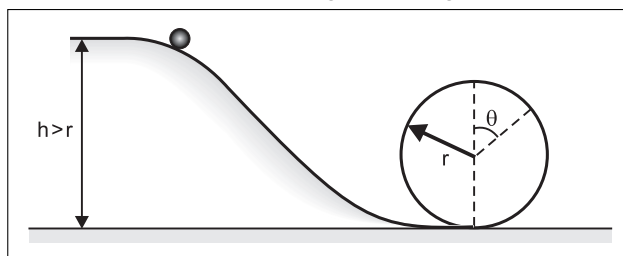
Como  $1 \text{ ano} \cong 3,2 \cdot 10^7 \text{ s}$  temos

$$\Delta t = 10 \text{ anos} = 120 \text{ meses}$$

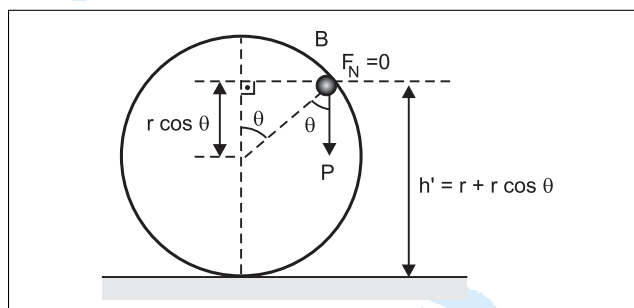
**Resposta: 120 meses**

**25**

Uma massa é liberada a partir do repouso de uma altura  $h$  acima do nível do solo e desliza sem atrito em uma pista que termina em um "loop" de raio  $r$ , conforme indicado na figura. Determine o ângulo  $\theta$  relativo à vertical e ao ponto em que a massa perde o contato com a pista. Expresse sua resposta como função da altura  $h$ , do raio  $r$  e da aceleração da gravidade  $g$ .



**Resolução**



No ponto B, em que a massa perde o contato com a pista, a reação normal do apoio se anula e a componente normal do peso  $P_n = P \cos \theta$  faz o papel de resultante centrípeta:

$$P_n = m g \cos \theta = \frac{m V_B^2}{r} \Rightarrow \boxed{V_B^2 = g r \cos \theta} \quad (1)$$

Como não há atrito, a energia mecânica vai permanecer constante

$$\boxed{E_B = E_A}$$

(referência em B)

$$\frac{m V_B^2}{2} = mg [h - r(1 + \cos \theta)]$$

$$V_B^2 = 2g [h - r(1 + \cos \theta)] \quad (2)$$

Comparando-se (1) e (2), vem

$$g r \cos \theta = 2g [h - r(1 + \cos \theta)]$$

$$r \cos \theta = 2h - 2r(1 + \cos \theta)$$

$$r \cos \theta = 2h - 2r - 2r \cos \theta$$

$$3 r \cos \theta = 2 (h - r)$$

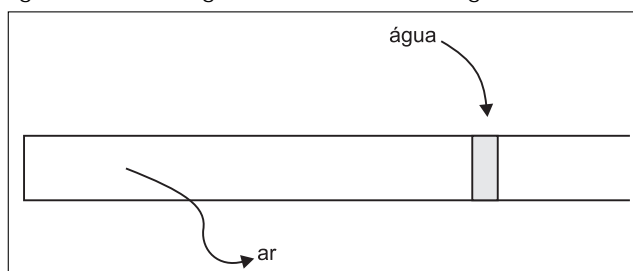
$$\cos \theta = \frac{2 (h - r)}{3r}$$

**Resposta:**

$$\boxed{\theta = \arccos \left[ \frac{2 (h - r)}{3r} \right]}$$

**26**

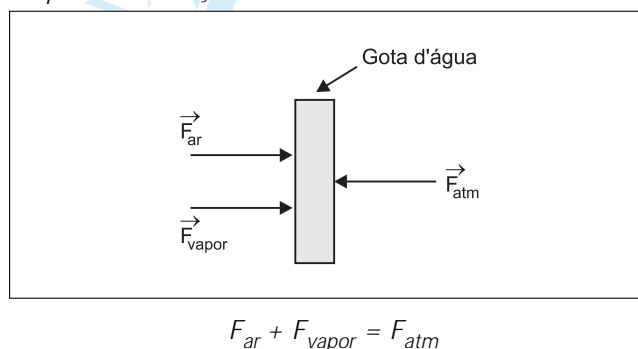
Um tubo capilar fechado em uma extremidade contém uma quantidade de ar aprisionada por um pequeno volume de água. A  $7,0^\circ \text{C}$  e à pressão atmosférica (76,0cm Hg) o comprimento do trecho com ar aprisionado é de 15,0cm. Determine o comprimento do trecho com ar aprisionado a  $17,0^\circ \text{C}$ . Se necessário, empregue os seguintes valores da pressão de vapor da água: 0, 75cm Hg a  $7,0^\circ \text{C}$  e 1,42cm Hg a  $17,0^\circ \text{C}$ .



**Resolução**

Em cada situação, a gota d'água encontra-se em equilíbrio, o que significa que a resultante das forças hori-

zontais que agem sobre ela é nula. Desprezando os atritos entre a gota e as paredes do tubo, temos o esquema de forças abaixo.



Seja  $A$  a área da seção transversal do tubo, vem:

$$P_{ar} A + P_{vapor} A = P_{atm} A \rightarrow P_{ar} + P_{vapor} = P_{atm}$$

Donde:  $P_{ar} = P_{atm} - P_{vapor}$

**1º Caso:** (temperatura  $T_1 = 7,0^\circ\text{C} = 280\text{K}$ )

$$P_{ar_1} = 76,0 - 0,75 \rightarrow P_{ar_1} = 75,25 \text{ cmHg}$$

**2º Caso:** (temperatura  $T_2 = 17,0^\circ\text{C} = 290\text{K}$ )

$$P_{ar_2} = 76,0 - 1,42 \rightarrow P_{ar_2} = 74,58 \text{ cmHg}$$

Admitindo o ar contido no tubo como um gás perfeito e aplicando a Lei Geral dos Gases Perfeitos, vem:

$$\frac{P_{ar_2} V_2}{T_2} = \frac{P_{ar_1} V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{74,58 A L_2}{290} = \frac{75,25 A 15,0}{280}$$

Donde:  $L_2 \approx 15,67 \text{ cm}$

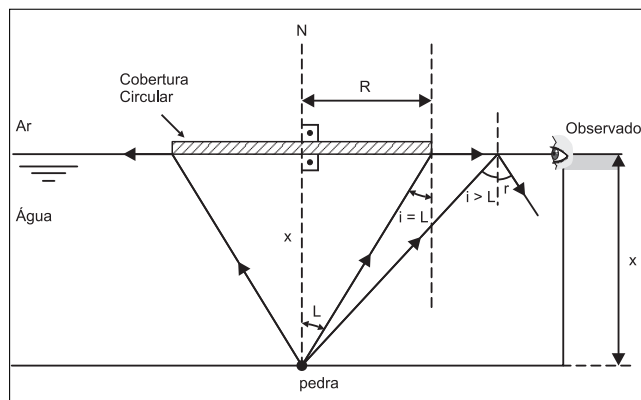
**Resposta: 15,67cm**

**27**

Uma pequena pedra repousa no fundo de um tanque de  $x$  m de profundidade. Determine o menor raio de uma cobertura circular, plana, paralela à superfície da água que, flutuando sobre a superfície da água diretamente acima da pedra, impeça completamente a visão desta por um observador ao lado do tanque, cuja vista se encontra no nível da água. Justifique.

Dado: índice de refração da água  $n_w = \frac{4}{3}$ .

**Resolução**



- 1) Os raios de luz, provenientes da pedra, que atingirem a superfície da água além da cobertura circular devem sofrer reflexão total. Portanto o ângulo de incidência máximo (ver figura) é o ângulo limite ( $L$ ) para o dióptro dado, e assim

$$\operatorname{tg} L = \frac{R}{x} \Rightarrow R = x \operatorname{tg} L \quad \text{I}$$

- 2) O seno do ângulo-limite é dado por

$$\operatorname{sen} L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

$$\text{onde } \begin{cases} n_{\text{menor}} = n_{\text{ar}} = 1 \\ n_{\text{maior}} = n_{\text{água}} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Então: } \operatorname{sen} L = \frac{3}{4}$$

- 3) Da trigonometria, temos

$$\operatorname{sen}^2 L + \cos^2 L = 1$$

$$\cos^2 L = 1 - \left( \frac{3}{4} \right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$\cos L = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

Portanto,

$$\operatorname{tg} L = \frac{\operatorname{sen} L}{\cos L} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\operatorname{tg} L = \frac{3\sqrt{7}}{7} \quad \text{II}$$

- 4) Substituindo II em I, temos

$$R = x \cdot \frac{3\sqrt{7}}{7} \text{ (m)}$$

$$R = \frac{3\sqrt{7} x}{7} m$$

**Resposta:**  $R = \frac{3\sqrt{7} x}{7} m$

**28**

Colaborando com a campanha de economia de energia, um grupo de escoteiros construiu um fogão solar, consistindo de um espelho de alumínio curvado que foca a energia térmica incidente sobre uma placa coletora. O espelho tem um diâmetro efetivo de 1,00m e 70% da radiação solar incidente é aproveitada para de fato aquecer uma certa quantidade de água. Sabemos ainda que o fogão solar demora 18,4 minutos para aquecer 1,00 l de água desde a temperatura de 20 °C até 100 °C, e que  $4,186 \cdot 10^3 \text{ J}$  é a energia necessária para elevar a temperatura de 1,00 l de água de 1,000 K. Com base nos dados, estime a intensidade irradiada pelo Sol na superfície da Terra, em  $\text{W/m}^2$ . Justifique.

**Resolução**

Como o calor específico sensível da água foi expresso

na unidade  $\frac{\text{joule}}{\text{litro} \cdot \text{kelvin}}$  ( $c_v = 4,186 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\ell \cdot \text{K}}$ ), a

potência com que a água recebeu energia térmica para o seu aquecimento é dada por

$$Pot \cdot \Delta t = V \cdot c_v \cdot \Delta T$$

onde,

$$\Delta t = 18,4 \text{ min} = 1104 \text{ s}$$

$$V = 1,00 \ell$$

$$c_v = 4,186 \cdot 10^3 \text{ J/}\ell\text{K}$$

$$\Delta T = (100 - 20)^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C} = 80\text{K}$$

Observemos que a variação de  $80^\circ\text{C}$  é igual à variação de 80K.

Assim,

$$Pot \cdot 1104 = 1,00 \cdot 4,186 \cdot 10^3 \cdot 80$$

$$Pot = 303,33 \text{ W}$$

Essa potência corresponde a 70% da potência incidente na superfície refletora semi-esférica. Portanto,

$$Pot_i = \frac{Pot}{0,70} = \frac{303,33}{0,70} (W)$$

$$Pot_i = 433,33 W$$

A área efetiva que recebe a energia solar é dada por:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1,00)^2}{4} (m^2)$$

$$A = 0,785 m^2$$

Assim, a intensidade da energia solar nessa superfície, vale

$$I = \frac{Pot_i}{A} = \frac{433,33}{0,785} (W/m^2)$$

$$I = 552 W/m^2$$

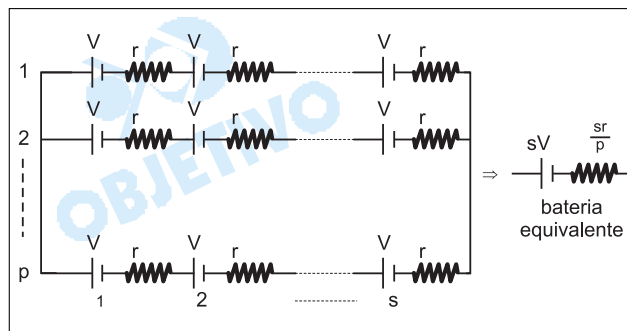
**Resposta: 552 W/m<sup>2</sup>**

**29**

Você dispõe de um dispositivo de resistência  $R = 5r$ , e de 32 baterias idênticas, cada qual com resistência  $r$  e força eletromotriz  $V$ . Como seriam associadas as baterias, de modo a obter a máxima corrente que atravessa  $R$ ? Justifique.

#### Resolução

Considerando a associação de baterias regular, isto é,  $s$  baterias em série em cada ramo e  $p$  ramos em paralelo, temos o esquema:



Pela Lei de Pouillet, vem:

$$i = \frac{s V}{\frac{s r}{p} + R}, \text{ sendo } R = 5r:$$

$$i = \frac{s V}{\frac{s r}{p} + 5 r}$$

$$i = \frac{s \cdot p V}{s r + 5 p r}$$

Mas  $s \cdot p = 32$ , logo

$$i = \frac{32V}{r(s + 5p)}$$

A máxima corrente  $i$  corresponde a  $(s + 5p)$  mínimo. Como  $s \cdot p = 32$ , podemos elaborar a tabela:

$s$	$p$	$s + 5p$
1	32	161
2	16	82
4	8	44
8	4	28
16	2	26
32	1	37

Da tabela, concluímos que a máxima corrente corresponde a 16 baterias em série em cada ramo e 2 ramos associados em paralelo.

**30**

Um átomo de hidrogênio tem níveis de energia discretos dados pela equação  $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$  eV, em que

$\{n \in \mathbb{Z} / n \geq 1\}$ . Sabendo que um fóton de energia 10,19 eV excitou o átomo do estado fundamental ( $n = 1$ ) até o estado  $p$ , qual deve ser o valor de  $p$ ? Justifique.

#### Resolução

Calculemos o acréscimo de energia requerido pelo átomo para passar do estado fundamental, em que  $n_i = 1$ , até o estado subsequente, em que  $n_f = 2$ .

$$\Delta E = E_{n_f} - E_{n_i} \Rightarrow \Delta E = \frac{-13,6}{2^2} - \frac{(-13,6)}{1^2}$$

$$\Delta E = 10,20 \text{ eV}$$

Como o fóton que incide sobre o átomo tem uma energia de apenas 10,19 eV (menor que  $\Delta E$ ), ele não consegue produzir o caso em que  $n_f = 2$ .

Esse fóton é então reemitido com sua respectiva energia de 10,19 eV, sem conseguir alterar o valor de  $n_i = 1$ .

Logo:  $p = n_i = 1$

**Observação:** se operarmos com três algarismos significativos e aproximarmos a energia do fóton para 10,2 eV então será atingido o estado  $p = 2$ .

# INGLÊS

As questões de 1 a 5 referem-se ao texto abaixo:

**Tell me if you've heard this one and hate it**

by Mike Kennedy



*U.S. Labor Secretary Robert Reich and President Bill Clinton*

For presidents and celebrities as well as ordinary people, cracking jokes can be risky business today, provoking anger and resentment instead of laughter.

The problem is that humor, like beauty, often is in the eye of the beholder.

Consider a jest by President Clinton. At a trade fair on the White House lawn, Clinton and his cabinet came upon a three-foot-high replica of the White House.

With the 4-foot-10 inch secretary of labor, Robert Reich, at his side, Clinton quipped, "Secretary Reich could almost live in there."

Lighthearted ribbing between longtime pals? Or a remark offensive to those sensitive about their height?

Experts who train people to use humor in business and social relationships say it can be an invaluable tool – but it must be used with sensitivity.

Of course, the line between laughing with someone and laughing at someone isn't always so clear.

So in today's litigious and sensitive society should we all take the safest course and avoid any attempts at humor? That would make for a dull world, experts said.

The wrong kind of humor, though, can be destructive. Jokes that attack often cause people to withdraw, or worse, seek revenge.

Supervisors need to be especially careful. Because of the power they hold, their attempts at humor demean an employee.

Of course, some people just can't take a joke. So what can you do?

"On the politically correct front, there are cer-

tain people whose mission is to be offended," Langley said. "There's not really much you can do about them."

Fragiadakis, H. & Maurer, M. Sound Ideas, 1995 (p.81).

As questões de 1 a 5 referem-se ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.

- *as well as* = bem como
- *ordinary people* = pessoas comuns
- *to crack jokes* = contar piadas
- *risky business* = negócio arriscado
- *anger* = raiva
- *resentment* = ressentimento
- *laughter* = riso
- *like* = como
- *"Beauty is in the eye of the beholder"* = "A beleza está nos olhos de quem vê"
- *often* = frequentemente
- *jest* = gracejo
- *trade fair* = feira comercial
- *lawn* = gramado
- *to come upon* = deparar-se com
- *three-foot-high* = 3 pés de altura
- *inch* = polegada
- *secretary of labor* = secretário do trabalho
- *White House* = Casa Branca
- *side* = lado
- *to quip* = brincar
- *lighthearted* = leve, despreocupado
- *ribbing* = piada
- *longtime pals* = amigos de longa data
- *remark* = observação
- *sensitive* = sensível
- *height* = altura
- *experts* = especialistas
- *social relationships* = relações sociais
- *invaluable tool* = ferramenta muito útil
- *of course* = é claro
- *the safest course* = caminho mais seguro
- *to avoid* = evitar
- *attempt* = tentativa
- *kind* = tipo
- *though* = contudo
- *to withdraw* = retrair-se
- *or worse* = ou pior
- *to seek* = procurar
- *revenge* = vingança
- *careful* = cuidadosos
- *power* = poder
- *to hold* = manter
- *to demean* = rebaixar, humilhar
- *employee* = funcionário
- *to take a joke* = aceitar uma piada
- *whose* = cuja

## **1** d

Considere as afirmações abaixo:

I. Supervisores correm o risco de humilhar seus fun-

cionários ao fazerem uma piada, em função do poder que detêm.

II. Entre celebridades, as piadas, muitas vezes, provocam ressentimento e raiva ao invés de riso.

III. O humor está na mente daqueles que o recebem. está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I e II.
- b) apenas a II e III.
- c) apenas a I e III.
- d) todas.
- e) nenhuma

### Resolução

Todas as afirmações em relação ao texto estão certas, sendo que a afirmação

I ----- está na frase "Supervisors need... employee."

II ----- está na frase "For presidents... laughter."

III ---- está na frase "The problem is... beholder."

## 2 b

Considere as afirmações abaixo:

I. Devemos evitar o humor na sociedade atual.

II. Pessoas expostas ao tipo inadequado de humor podem procurar se vingar.

III. O autor afirma que Clinton não poderia ter brincado levemente com o velho amigo.

está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I.
- b) apenas a II.
- c) apenas a III.
- d) apenas a I e III.
- e) apenas a II e III.

## 3 c

Considere a frase abaixo, extraída do texto:

1

"Of course, the line between **laughing with**

2

someone and **laughing at** someone isn't always so clear."

(7º parágrafo).

As expressões em destaque são, respectivamente, sinônimas de:

1

2

- a) having fun – kidding.
- b) making fun of – pulling someone's leg.
- c) having fun with – making fun of.
- d) pulling someone's leg – joking at someone.
- e) making fun of – having fun with.

## 4 e

Especialistas que preparam pessoas para fazer uso do humor consideram-no um tipo de recurso:

- a) desnecessário nas relações humanas.
- b) inútil e que, quando utilizado, pode ferir a sensibilidade alheia.
- c) muito útil, mas ao qual se deve recorrer com sensatez.

- d) sem qualquer valor nas relações humanas, mas que pode ser utilizado, desde que com muita sensatez.  
e) que apesar de ser por vezes útil, pode ferir a sensibilidade alheia.

**5 b**

A expressão que melhor substitui a última frase do texto é:

- a) Who cares about them!  
b) You shouldn't worry about trying to change their minds!  
c) Don't think about them!  
d) Just forget about them!  
e) They should mind their own businesses!

**As questões de 6 a 8 correspondem ao texto abaixo:**

"It is not every day you can walk down a Transylvanian village street under a barrage of stones, especially when the stones are being hurled by the woman who will be your wife. Anyone likely to run this risk should know that it helps to walk fast and wear a protective backpack, and console oneself with the thought it is possibly these little moments of shared tenderness and understanding (recalled, perhaps, by glowing firelight in later years), which make affection grow.

A walk from Poland to Istanbul is a pretty odd ritual of courtship. We didn't wash our hair for six months, we talked all day, we shared some heroically disgusting meals, and ten years down the road, Kate and I have swapped our backpacks for livelier baggage – two boys, and a bump – and hung up our boots for the present. Metaphorically speaking, of course: in reality Kate's boots got lost in the post and mine broke, so I threw them away. (...)"

Goodwin, J. **On Foot to the Golden Horn** (p.1).

*As questões de 6 a 8 correspondem ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.*

- *barrage* = *barragem*
- *stones* = *pedras*
- *to hurl* = *arremessar*
- *likely* = *provável*
- *to run the risk* = *correr o risco*
- *to walk fast* = *andar rapidamente*
- *to wear a backpack* = *usar uma mochila*
- *thought* = *pensamento*
- *shared tenderness* = *ternura compartilhada*
- *understanding* = *compreensão, entendimento*
- *to recall* = *relembrar*
- *glowing firelight* = *lareira incandescente*
- *later years* = *anos posteriores*
- *to grow* = *crescer*
- *pretty* = *bastante*
- *odd* = *estranho*

- *courtship* = corte
- *disgusting meals* = refeições repulsivas
- *to swap* = trocar
- *livelier baggage* = bagagem mais viva
- *bump* = inchaço, calo
- *to hang up one's boots* = "pendurar as chuteiras"
- *to get lost* = perder-se
- *post* = correio
- *to break, broke, broken* = quebrar
- *to throw (threw, thrown) away* = jogar

## 6 d

De acordo com o texto, Kate e o narrador têm em comum:

- o gosto por refeições exóticas.
- a afeição pela natureza.
- a profissão.
- os filhos.
- a nacionalidade.

### Resolução

De acordo com o texto, "*livelier baggage*" refere-se aos dois filhos que o casal tem em comum.

## 7 c

Considere as expressões abaixo, extraídas do 2º parágrafo:

- "pretty odd ritual of courtship" remete ao tempo de namoro entre Kate e o narrador.
- "ten years down the road" refere-se à caminhada entre a Polônia e Istambul.
- "hang up our boots" significa "pendurar as chuteiras".

está(ão) condizente(s) com o texto:

- apenas a I e II.
- apenas a II e III.
- apenas a I e III.
- todas.
- nenhuma.

## 8 c

As funções gramaticais dos termos 'likely' (linha 4); 'understanding' (linha 8) e 'pretty' (linha 11) são, respectivamente:

- advérbio; adjetivo; adjetivo.
- adjetivo; adjetivo; advérbio.
- adjetivo; substantivo; advérbio.
- advérbio; substantivo; advérbio.
- adjetivo; substantivo; adjetivo.

As questões de 9 a 12 referem-se ao texto abaixo:

### Give Us the Olympics, or We'll Shoot

By June Thomas

Posted Tuesday, July 10, 2001, at 10:00 a.m. PT

With the International Olympic Committee set to announce the 2008 Olympic Games venue on Friday, several newspapers editorialized about Beijing's suitability. Canada's *Globe and Mail* admitted bias in favor of its hometown (Toronto and Paris are

Beijing's strongest rivals), but declared: "Regardless of who the other contenders are, it would be wrong to award the Games to Beijing... It would reward an authoritarian regime that tramples on the most basic rights of the Chinese people." The *Financial Times* counseled the IOC members to ignore political factors when making their selection: "Despite the ugliness of the Chinese regime, the world is willing to deal with it in political, institutional, cultural and economic terms. Why should the Olympic Games be something different?" An op-ed in the *Sydney Morning Herald* argued that China doesn't "deserve" to host: "There is no point in isolating China. It makes sense to trade with China and to facilitate its entry into the World Trade Organisation. But there is no reason to indulge the Beijing regime." The *Herald's China* correspondent offered a pragmatic argument:

"Giving the Games to Beijing will probably do nothing to advance human rights in China. The authorities will be keen to keep a lid on dissent before the Games. But not granting Beijing the Games is unlikely to help promote greater human rights in the short or long term... Passing over Beijing may lead to a hardening of China's attitudes in its relations with the West. It would certainly lead to a binge of nationalistic outrage with unforeseeable results. In a worst-case scenario it may encourage China's leadership to speed up its plans to forcibly "reunify" Taiwan with the motherland."

An op-ed in Hong Kong's *South China Morning Post* struck a similar note of alarm:

"By stirring up the public's feelings to a frenzy over the Olympic bid, the Government plans to distract people's attention from the problems of rampant corruption, a rising unemployment rate and a lack of confidence in the Communist Party. In the scenario that China loses the bid, the government-controlled media will direct the blame onto the United States and Western countries and once again incite anti-Western sentiments. With an almost paranoid mentality that the whole world is against them over their Olympic bid, the Chinese Government will be more militarily aggressive and refuse to co-operate with the west on such important issues as nuclear non-proliferation and regional peace."

www.slate.com

N.B. Op-ed: (Am E) the page opposite the EDITORIAL page in many American newspapers, which usually contains interesting feature articles on current subjects (LONGMAN DICTIONARY OF ENG. LANGUAGE AND CULTURE).

As questões 9 a 12 se referem ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.

- to shoot = atirar
- set to announce = pronto para anunciar
- venue = local
- several = diversos
- suitability = conveniência
- bias = tendências
- hometown = cidade natal
- strongest = mais fortes
- regardless of = independentemente de
- contenders = concorrentes

- *to award (to grant)* = conceder
- *to reward* = premiar
- *to trample on somebody's rights* = ignorar os direitos humanos de alguém
- *to counsel* = aconselhar
- *IOC* = *International Olympic Committee*
- *despite* = apesar de
- *ugliness* = situação feia, ruim
- *to be willing* = desejar, querer
- *to deal with* = lidar com
- *to argue* = argumentar
- *to deserve* = merecer
- *to host* = sediar
- *there is no point in* = não faz sentido
- *to make sense* = fazer sentido
- *to trade* = negociar
- *entry* = entrada
- *reason* = razão
- *to indulge* = ceder, fazer a vontade
- *to advance* = melhorar, avançar
- *to be keen* = estar ávido por
- *to keep a lid on* = abafar
- *unlikely* = improvável
- *in the short (long) term* = a curto (longo) prazo
- *to pass over* = ignorar, passar por cima
- *to lead to* = levar a
- *hardening* = endurecimento
- *west* = ocidente
- *binge* = surto
- *outrage* = abuso, excesso
- *unforeseeable* = imprevisível
- *to encourage* = encorajar
- *leadership* = liderança
- *to speed up* = acelerar
- *forcibly* = forçadamente
- *motherland* = terra natal
- *to strike (struck, struck)* = lançar
- *to stir (up)* = provocar, levantar
- *feelings* = sensações, sentimentos
- *frenzy* = frenesi
- *bid* = proposta, oferta
- *to distract attention* = desviar a atenção
- *rampant* = desenfreada
- *unemployment rate* = taxa de desemprego
- *lack* = falta
- *confidence* = confiança
- *blame* = culpa
- *once again* = mais uma vez
- *almost* = quase
- *the whole world* = o mundo todo
- *to refuse* = recusar-se a
- *such* = tais
- *issues* = assuntos, questões
- *peace* = paz

## 9 e

Considere as afirmações abaixo:

I. "us", no título do texto, refere-se ao povo chinês.

- II. O título do texto pode ser entendido como um pedido da população chinesa para o mundo ocidental.
- III. O título do texto ilustra uma opinião jornalística com relação ao governo chinês no que diz respeito às Olimpíadas de 2008.
- está(ão) condizente(s) com o texto:
- a) apenas a I.                      b) apenas a II.  
c) apenas a III.                    d) apenas a I e II.  
e) apenas a I e III.

### 10 a

Qual das afirmações abaixo **NÃO** está de acordo com as sínteses dos jornais?

- a) *Globe and Mail* – A disputa deve se concentrar entre as cidades de Toronto, Paris e Beijing.
- b) *Financial Times* – Fatores políticos devem ser desconsiderados ao se decidir quem hospedará os jogos olímpicos.
- c) *Sydney Morning Herald* – Deve-se incentivar a participação da China nas transações comerciais mundiais.
- d) *Herald China* – O fato de sediar os jogos olímpicos não trará benefícios à questão dos direitos humanos na China.
- e) *South China Morning Post* – Existem problemas de corrupção, desemprego e falta de confiança no governo comunista.

### 11 b

A expressão "Despite the ugliness of the Chinese regime..." (linhas 12/13) **NÃO** pode ser substituída por:

- a) Although the Chinese regime is ugly...
- b) Due to the ugliness of the Chinese regime...
- c) Even acknowledging the ugliness of the Chinese regime...
- d) Even though the Chinese regime is ugly...
- e) In spite of the ugliness of the Chinese regime...

### 12 b

Assinale a opção que melhor representa o posicionamento (favorável ou desfavorável) dos jornais mencionados na reportagem com relação à realização dos jogos olímpicos de 2008 na China.

	<i>Globe and Mail</i>	<i>Financial Times</i>	<i>Sydney Morning Herald</i>	<i>Herald's China</i>	<i>South China Morning Post</i>
a)	favorável	favorável	desfavorável	desfavorável	favorável
b)	desfavorável	favorável	desfavorável	favorável	favorável
c)	desfavorável	favorável	favorável	favorável	favorável
d)	desfavorável	favorável	desfavorável	favorável	desfavorável
e)	favorável	desfavorável	favorável	desfavorável	desfavorável

As questões 13 e 14 referem-se ao texto abaixo:

#### American News

#### POLITICS

(...) Less than a month after being thrust into the role

of Senate Majority Leader, Daschle has brushed past the objections of President Bush...

### FLASH POINTS IN THE SENATE

<b>1</b> Democrats hope to capitalize on public disenchantment with the Bush energy plan by introducing one with greater emphasis on conservation, energy efficiency, and tax credits to promote green technology.	<b>2</b> Senate Dems will try to force Bush to accept a broader, more expensive package of prescription benefits for seniors. Showdown issue: who shall run the program – the Medicare system or states and private insurers?
<b>3</b> Daschle and Bush are both free-traders, however, a fast-track bill without provisions to protect the environment or international labor standards – like one backed by House Republicans – will face trouble.	<b>4</b> The Bushies and Senate Democrats have reached an uneasy truce in the war over federal judgeships. But expect a fight if Daschle concludes that the White House is trying to pack the judiciary with conservative activists.

**Business Week** (adapted) July 16, 2001.

As questões 13 e 14 se referem ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.

- *to thrust* = empurrar
- *role* = papel, função
- *to brush past* = ignorar
- *to hope* = esperar
- *disenchantment* = desencantamento
- *tax* = imposto
- *broader* = mais amplo
- *expensive* = caro
- *package of benefits* = pacote de benefícios
- *prescription* = receita médica
- *seniors* = idosos
- *issue* = problema, questão
- *showdown* = final
- *to run the program* = administrar o programa
- *insures* = seguros
- *both* = ambos
- *however* = entretanto
- *free-traders* = os que apóiam o livre comércio
- *environment* = ambiente
- *labor standards* = padrões trabalhistas
- *to back* = apoiar

- *to face trouble* = *enfrentar problemas*
- *to reach a truce* = *atingir uma trégua*
- *uneasy* = *inquietante*
- *judgeships* = *magistraturas*
- *to fight* = *luta, briga*
- *to pack* = *lotar*

### 13 a

De acordo com o texto, dentre os temas em pauta no senado americano pode-se destacar:

- energia, medicamentos e comércio.
- justiça, medicamentos e relações internacionais.
- comércio, tecnologia e energia.
- relações internacionais, medicamentos e comércio.
- justiça, tecnologia e energia.

### 14 e

Qual das expressões abaixo, extraídas do texto, **NÃO** indica expectativa/ação futura?

- hope to capitalize. (1)
- shall run. (2)
- will face. (3)
- expect a fight. (4)
- is trying to pack. (4)

**As questões de 15 a 18 referem-se ao texto abaixo:**

#### THE GREAT ENGLISH DIVIDE

Antonio Sanz might as well have won the lottery. In 1965, when the small, curly-haired Spaniard was 10, an American professor asked his parents if she might take the boy to the U.S. and enroll him in public school. They agreed. America seemed to offer a brighter future than the dairy farms where his father worked in the foothills north of Madrid. Sanz left, but came back to Spain every summer with stories from Philadelphia and boxes of New World artifacts: Super Balls, baseball cards, and Bob Dylan records.

His real prize, though, was English. Sanz learned fast, and by senior year he outscored most of his honors English classmates in the verbal section of the Scholastic Aptitude Test. In those days, back in his hometown of Colmenar Viejo, English seemed so exotic that kids would stop him on the street and ask him to say a few sentences. By the time he graduated from Hamilton College in Clinton, N. Y., and moved back to Spain, American companies there were nearly as excited. He landed in Procter & Gamble Co.

Sanz, now 46 and a father of three, employs his Philadelphia English as an executive at Vodafone PLC in Madrid. But something funny has happened to his second language. These days, English is no longer special, or odd, or even foreign. In Paris, Dusseldorf, Madrid, and even in the streets of Colmenar Viejo, English has put down roots. "What else can we

speak?" Sanz asks. (...)

**Business Week** Aug 13, 2001.

As questões 15 a 18 referem-se ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.

- *to win the lottery* = ganhar na loteria
- *curly-haired* = de cabelos encaracolados
- *parents* = pais
- *to enroll* = matricular
- *to agree* = concordar
- *to seem* = parecer
- *a brighter future* = um futuro melhor
- *dairy farms* = fazendas leiteiras
- *foothills* = pés das montanhas
- *summer* = verão
- *records* = discos
- *though* = contudo
- *prize* = prêmio
- *fast* = rapidamente
- *senior year* = último ano (escola)
- *to outscore* = superar
- *classmates* = colegas de classe
- *hometown* = cidade natal
- *kids* = crianças
- *by the time* = quando
- *to graduate* = formar-se
- *to move back to* = voltar para
- *nearly* = quase
- *to land* = arrumar um emprego
- *to employ* = empregar, usar
- *funny* = engraçado
- *to happen* = acontecer
- *no longer* = não mais
- *odd* = estranho
- *even* = até mesmo
- *foreign* = estrangeiro
- *to put down roots* = enraizar-se, fixar-se
- *what else* = o que mais

**15 b**

A primeira frase do texto refere-se:

- a) à sorte que Antonio Sanz teve por ter sido adotado por uma professora americana.
- b) ao fato de Antonio Sanz ter estudado nos E.U.A. e, conseqüentemente, ter se tornado bilingüe.
- c) ao fato de Antonio Sanz ter conseguido um bom emprego na Procter & Gamble Co.
- d) à oportunidade que Antonio Sanz teve de emigrar, aos 10 anos de idade, para os E.U.A.
- e) ao sucesso de Antonio Sanz no "Scholastic Aptitude Test".

**16 d**

Antonio Sanz foi estudar nos E.U.A., pois:

- a) a família tinha parentes na Filadélfia.

- b) seus pais acreditavam que assim estariam assegurando a formação universitária do filho.
- c) seus pais acreditavam que o aprendizado de uma segunda língua era essencial para a formação do filho.
- d) dessa forma seus pais acreditavam que ele teria melhores oportunidades profissionais no futuro.
- e) naquela época as perspectivas de um bom futuro profissional na Espanha eram inexistentes.

**17 d**

A frase que melhor expressa a idéia principal do texto é:

- a) A Europa e o ensino de línguas.
- b) A disseminação da cultura norte-americana no mundo.
- c) A importância do domínio de ao menos duas línguas estrangeiras nos dias de hoje.
- d) A relevância do conhecimento da língua inglesa por falantes não nativos do inglês.
- e) Um exemplo de formação educacional a ser seguido.

**18 a**

Considere as afirmações abaixo:

- I. A família de Antonio Sanz vivia numa cidadezinha chamada Colmenar Viejo, próxima a Madrid, na Espanha.
- II. O pai de Antonio Sanz era proprietário de fazendas de gado leiteiro na Espanha.
- III. Todos os anos, durante as férias de verão, Antonio Sanz dava aulas de inglês para as outras crianças de Colmenar Viejo.

está(ão) condizente(s) com o texto:

- a) apenas a I.
- b) apenas a II.
- c) apenas a III.
- d) apenas a I e II.
- e) apenas a I e III.

**As questões de 19 a 22 referem-se ao texto abaixo:**

**Appropriate for All Ages**

Japanese toymakers are focusing on senior citizens

By HIDEKO TAKAYAMA

Much has been made in Japan of the clout of teenage girls, the arbiters of taste and uncrowned queens of the fashion industry. But when it comes to toys, a radically different demographic is beginning to call the shots.

Japanese toymakers now see senior citizens as their most dynamic market. Nearly 22 million Japanese – 17.4 percent of the population – are over 65, and that number is expected to top 25 percent by 2020. Three

million senior citizens live alone, and 1.55 million Japanese are senile (their numbers are also expected to grow rapidly). This aging population presents a huge "silver market" – estimated at 50 trillion yen (\$416 billion) – for everything from beds to cosmetics to home-care nurses and helpers.

Major industries such as electronics, construction and foodstuffs have already begun developing products tailored to old folks: robots to help out around the house, homes that have no steps or stairs and healthy, oilfree foods. The toy industry wants a piece of the action. "There is a great potential" says Yoshinori Haga, an official at Bandai, the biggest toy-maker in Japan. "Toys can be used for entertainment, to give the old people nostalgic feelings or to be a companion for those who live alone."

Indeed, playthings are not just for fun anymore. Toshimitsu Musha, president of the Brain Functions Lab near Tokyo, argues that playing with toys can help human brains stay active and sharp. While researching Alzheimer's disease, Musha found that art therapy such as painting and claywork helped to prevent the brains of Alzheimer's patients from deteriorating. "What works best for the elderly is something that they enjoy, where they have to use their brain and which requires concentration from 30 minutes to one hour," he says. (...)

**Newsweek** August 6, 2001.

*As questões 19 a 22 referem-se ao texto cujo vocabulário principal segue abaixo.*

- *clout* = poder
- *teenage girls* = adolescentes
- *taste* = gosto
- *uncrowned queens* = rainhas sem coroa
- *fashion industry* = indústria da moda
- *when it comes to toys* = no que se refere aos brinquedos
- *to call the shots* = decidir
- *toymakers* = fabricantes de brinquedos
- *senior citizens* = cidadãos idosos
- *nearly* = quase
- *over 65* = acima dos 65 (anos de idade)
- *to top* = ultrapassar
- *to live alone* = viver sozinho
- *to grow* = crescer
- *aging population* = população que envelhece
- *huge* = enorme
- *"silver market"* = mercado da 3ª idade
- *major* = importantes, grandes
- *foodstuffs* = gêneros alimentícios
- *already* = já
- *to develop* = desenvolver
- *to tailor* = fabricar sob medida
- *old folks* = idosos
- *steps* = degraus
- *healthy* = saudáveis
- *oilfree* = sem gordura
- *official* = autoridade

- *feelings* = sentimentos
- *indeed* = na realidade
- *playthings* = brinquedos
- *for fun* = para diversão
- *brain* = cérebro
- *to stay sharp* = ficar aguçado
- *to research* = pesquisar
- *while* = enquanto
- *disease* = doença
- *to find (found)* = descobrir
- *claywork* = trabalho em argila (barro)
- *to prevent* = impedir
- *to work best* = funcionar melhor
- *elderly* = idosos
- *to enjoy* = "curtir"
- *to require* = exigir

## 19 a

Considere as afirmações abaixo:

- No Japão, a indústria de vestuário é fortemente influenciada pela preferência das adolescentes japonesas.
- Será feito um investimento de cerca de 416 bilhões de dólares em produtos para idosos.
- A indústria de brinquedos tem como principal meta a venda de jogos e brinquedos para idosos que vivem sozinhos.

está(ão) condizente(s) com o texto:

- apenas a I.
- apenas a III.
- apenas a I e II.
- apenas a I e III.
- nenhuma.

## 20 c

O "aging population" a que o texto se refere no segundo parágrafo é composto:

- por 3 milhões de idosos que vivem sozinhos atualmente no Japão.
- por 1 milhão e 550 mil japoneses senis.
- por 22 milhões de japoneses com mais de 65 anos.
- por 25% da atual população japonesa composta por idosos.
- pelos idosos japoneses de um modo geral.

## 21 c

De acordo com o texto, os seguintes segmentos da indústria já desenvolvem produtos para melhorar a qualidade de vida dos idosos:

- eletro-eletrônica e brinquedos.
- construção civil e farmacêutica.
- alimentos e eletro-eletrônica.
- farmacêutica e vestuário.
- vestuário e construção civil.

## 22 b

Considere as afirmações abaixo:

- Trabalhos manuais como pintura e argila são benéficos na prevenção do Mal de Alzheimer.

- II. Pessoas idosas não conseguem se concentrar em uma única atividade por um período superior a 60 minutos.
- III. Atividades lúdicas são importantes para a saúde mental dos idosos.
- está(ão) condizente(s) com o texto:
- a) apenas a I.                      b) apenas a III.
- c) apenas a I e II.                d) apenas a II e III.
- e) todas.

As questões de 23 a 25 referem-se ao *cartoon* abaixo:



Detroit Free Press, August 13, 1998.

As questões de 23 a 25 referem-se ao "cartoon" cujo vocabulário principal segue abaixo.

- bag = sacola
- ticket = passagem
- novel = romance
- to wish = desejar
- there he goes = lá vai ele
- worries = preocupações

**23 a**

Dentre os seguintes conselhos de mães para filhos:

- I. Não se compare a outras pessoas.
- II. Aceite-se como você é.
- III. Espelhe-se nos bons exemplos.
- IV. Não cobice o que é dos outros.

estão condizentes com o *cartoon*:

- a) apenas o I e II.                      b) apenas o II e III.
- c) apenas o I e IV.                    d) apenas o I e III.
- e) apenas o III e IV.

**24 e**

Considere as afirmações abaixo:

- I. A mãe entrega ao filho um sanduíche e uma revis-

- ta para viagem.
- II. O rapaz da história em quadrinhos estuda e trabalha em Londres.
- III. A mãe pede ao filho que lhe envie os relatórios da universidade.
- está(ão) condizente(s) com o cartoon:
- a) apenas a I.
  - b) apenas a I e II.
  - c) apenas a II e III.
  - d) todas.
  - e) nenhuma.

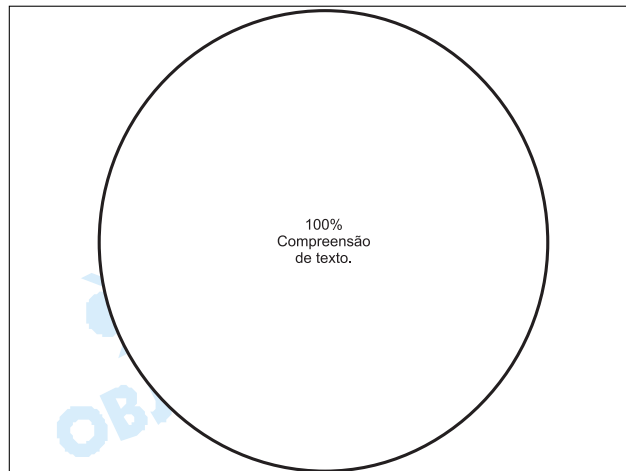
**25 d**

Quais dos termos abaixo melhor descrevem os sentimentos da mãe do rapaz?

- a) tolerância e conformismo.
- b) apatia e alívio.
- c) descaso e preocupação.
- d) ansiedade e frustração.
- e) nervosismo e irritação.

### **Comentário de Inglês**

*Como de hábito, prova excelente, bem trabalhosa para alunos cujo conhecimento de inglês não seja bastante bom. O maior problema é o pouco tempo que o vestibulando tem para resolver a prova. Textos bem escolhidos, atuais e que exigem uma leitura atenta para sua compreensão.*



# PORTUGUÊS

## **26** teste defeituoso, sem resposta

O trecho publicitário a seguir apresenta uma transgressão gramatical bastante comum:

Esta empresa se preocupa com economia de energia muito antes que você se preocupasse com isso.

Leia as frases abaixo e assinale a opção adequada ao padrão formal da língua:

- I. Esta empresa se preocupava com energia muito antes que você se preocupasse com isso.
  - II. Esta empresa se preocuparia com economia de energia muito antes que você se preocupasse com isso.
  - III. Esta empresa se preocupou com economia de energia muito antes que você se preocupe com isso.
  - IV. Esta empresa se preocupara com economia de energia muito antes que você se preocupasse com isso.
  - V. Esta empresa se preocupa com economia de energia muito antes que você tivesse se preocupado com isso.
- a) Apenas I.                      b) I, II e III.                      c) I e III.  
d) II, III e V.                      e) II e IV.

### **Resolução**

*Em I, a correlação de tempos (imperfeito do indicativo na principal, imperfeito do subjuntivo na subordinada adverbial temporal) atende ao "padrão formal da língua", como pede o Examinador. Ocorre, porém, que há uma discrepância entre a frase de que se partiu ("Esta empresa se preocupa com economia de energia muito antes que você se preocupasse com isso") e a transformação proposta em I, em que faltam as palavras "economia de" ("Esta empresa se preocupava com energia muito antes que você se preocupasse com isso"), o que poderia indicar que essa versão da frase estivesse desclassificada para servir de resposta. Contudo, se a Banca Examinadora se valeu desse expediente para considerar I como opção errada, praticou uma deslealdade para com os candidatos, armando-lhes uma "pegada", uma armadilha, que em nada favorece a seleção dos melhores estudantes. Por outro lado, se a frase I foi considerada correta pela Banca, o erro de revisão a que se deveu a omissão daquelas palavras pode ter prejudicado muitos candidatos, que terão julgado tal omissão proposital e, portanto, errada a opção I. Mas o problema com este teste é ainda mais grave, pois não há resposta, entre as propostas, que de fato enumere todas as frases corretas. Com efeito, só são inaceitáveis, de acordo com o "padrão formal da língua", as frases III e V, embora a redação de II e IV não fosse, segundo tudo indica, adequada aos propósitos da mensagem publicitária de que se partiu. Esse último ponto, porém, não*

é levado em conta na formulação do teste, que só considera a adequação ao "padrão formal da língua"; mas, se o fosse, a única resposta correta seria a alternativa a, pois a frase I, restituídas as palavras faltantes, seria a única adequada a transmitir o sentido da mensagem publicitária. Trata-se, portanto, de um teste que deve ser anulado.

**27 c**

Assinale a interpretação sugerida pelo seguinte trecho publicitário:

Fotografe os bons momentos agora, porque depois vem o casamento.

- a) O casamento não merece fotografias.
- b) A felicidade após o casamento dispensa fotografias.
- c) Os compromissos assumidos no casamento limitam os momentos dignos de fotografia.
- d) O casamento é uma segunda etapa da vida que também deve ser registrada.
- e) O casamento é uma cerimônia que exige fotografias exclusivas.

**Resolução**

A frase proposta sugere a idéia segundo a qual os "bons momentos" diminuem (ou talvez até se extinguam) com o casamento. Portanto, seria preciso fotografá-los antes do casamento – o que não significa que o casamento não seja merecedor de fotografias, como se afirma na alternativa a, mas sim que, nele, o que se fotografaria não seriam sempre "bons momentos"... Quanto à alternativa c, deve considerar-se que, sendo o casamento na verdade um compromisso, ou um conjunto de compromissos, a tal razão se deveria a limitação dos bons momentos, ou seja, dos "momentos dignos de fotografia".

**28 b**

Assinale a figura de linguagem predominante no seguinte trecho:

A engenharia brasileira está agindo rápido para combater a crise de energia.

- a) Metáfora.
- b) Metonímia.
- c) Eufemismo.
- d) Hipérbole.
- e) Pleonismo.

**Resolução**

A metonímia é, segundo o Dicionário Aurélio, uma figura de linguagem ou "tropo que consiste em designar um objeto por palavra designativa doutro objeto que tem com o primeiro uma relação de causa e efeito (trabalho, por obra), de continente e conteúdo (copo, por bebida), lugar e produto (porto, por vinho do Porto), matéria e objeto (bronze, por estatueta de bronze), abstrato e concreto (bandeira, por pátria), autor e obra (um Camões, por um livro de Camões), a parte pelo todo (asa, por avião), etc." No caso, a metonímia corresponde à substituição do concreto (os engenhei-

ros brasileiros) pelo abstrato ("a engenharia brasileira").

**29 b**

A norma gramatical não é seguida com rigor em:

Água Pura. Valorizando a vida.

Assinale a opção indicativa da transgressão:

- a) As frases incompletas não fazem sentido.
- b) Na segunda frase não há oração principal.
- c) As frases estão fora de ordem.
- d) O tempo verbal está inadequado.
- e) Não há sujeito na segunda frase.

**Resolução**

*O gerúndio valorizando é forma verbal de oração subordinada reduzida, mas não há oração principal que a ela se ligue. Portanto, é correta a alternativa b. Quanto ao sujeito de valorizando (alternativa e), ele é de terceira pessoa, elíptico, e pode corresponder tanto à "água pura", da frase anterior, quanto à empresa responsável pela publicidade, cujo nome deveria ter nela presença dominante.*

**30 c**

Assinale a frase em que o acento indicativo de crase foi mal empregado:

- a) Chegou à uma hora, pontualmente.
- b) Os pescadores pegaram o peixe à unha.
- c) Saída de veículos à 200 metros.
- d) Sua simpatia pelo governo cubano levou-o a vestir-se à Fidel.
- e) O horário estabelecido para visitas era das 14 às 16 horas.

**Resolução**

*Em "saída a duzentos metros" não se deve empregar o acento grave, indicativo de crase, porque o a é apenas preposição, não crase (fusão) da preposição com o artigo a, pois este não está presente. Se houvesse artigo antes de "duzentos metros", este seria masculino e plural (os). Mas nenhum artigo teria cabimento no adjunto adverbial empregado. Em todos os demais casos justifica-se o acento, pois ou ocorre crase (alternativas a, d e e), ou o acento é facultativo, por se tratar de expressão adverbial feminina indicativa de meio ou instrumento (alternativa b).*

**31 d**

Assinale a sequência de palavras acentuadas pela mesma regra gramatical:

- a) Cenário, circunstância, hífen, águia.
- b) Está, já, café, jacá.
- c) Eletrônica, gênero, bônus, ônibus.
- d) Cenário, águia, referência, série.
- e) Referência, pára, líder, série

### Resolução

Cenário, águia, referência, série *não acentuadas obedecendo à regra gramatical, ou seja, as quatro palavras são paroxítonas terminadas por ditongo oral crescente.*

**32 e**

Leia o seguinte trecho com atenção:

Iniciamos a jornada, uma jornada sentimental, seguindo as regras estabelecidas. Os cavalos pisavam tão macio, tão macio que parecia estarem calçados de sapatilhas. A rigor não pisavam. Faziam cafuné com as patas delicadas ao longo do caminho. (OLIVEIRA, Raymundo Farias de. "Na madrugada do silêncio". *Linguagem Viva*, nº 142. São Paulo, jun. 2001, p. 2.)

O confronto das frases "Os cavalos pisavam" e "A rigor não pisavam" concretiza:

- a) um desmentido.
- b) uma indecisão.
- c) uma ironia.
- d) uma contradição.
- e) um reforço

### Resolução

Para responder corretamente, o candidato deveria considerar o adjunto adverbial "tão macio", em torno do qual se estabelece a gradação que vai de pisar a não pisar: *pisar tão macio (= quase não pisar) → não pisar. Trata-se, portanto, de uma intensificação, ou seja, de um "reforço" da expressão com que se descreve o gesto dos animais.*

**As questões 33 e 34 dizem respeito à frase abaixo:**

Tem gente que junta os trapos, outros juntam os pedaços.

**33 C (teste defeituoso: b também é correta)**

No texto, a marca da coloquialidade apresenta-se como transgressão gramatical. Assinale a alternativa que corresponde ao fato:

- a) Ausência de conectivo.
- b) Escolha das palavras.
- c) Emprego do verbo ter.
- d) Repetição do verbo juntar.
- e) Emprego da vírgula.

### Resolução

Para estar conforme ao padrão culto que rege a língua escrita, o verbo *ter*, no sentido de "existir", deveria ser substituído por *haver*: Há gente... Portanto, está correta não apenas a alternativa c, mas também a b, pois o fenômeno em questão envolve também a seleção das palavras.

### 34 e

O *que*, empregado como conectivo, introduz uma oração:

- a) substantiva.
- b) adverbial causal.
- c) adverbial consecutiva.
- d) adjetiva explicativa.
- e) adjetiva restritiva.

### Resolução

Trata-se de uma oração subordinada adjetiva, pois é introduzida por pronome relativo (*que* = *a qual*) e exerce a função de adjunto adnominal de um termo da principal (*gente*). É restritiva porque limita, determina, especifica o sentido do termo a que se refere, não sendo, por isso, separada da principal por vírgula, como seria o caso se se tratasse de oração adjetiva restritiva.

### 35 d ou a – teste defeituoso

Leia, a seguir, o texto em que Millôr Fernandes parodia Manuel Bandeira:

Que Manuel Bandeira me perdoe, mas  
VOU-ME EMBORA DE PASÁRGADA  
Vou-me embora de Pasárgada  
Sou inimigo do Rei  
Não tenho nada que eu quero  
Não tenho e nunca terei  
Vou-me embora de Pasárgada  
Aqui eu não sou feliz  
A existência é tão dura  
As elites tão senis  
Que Joana, a louca da Espanha,  
Ainda é mais coerente  
do que os donos do país.  
(FERNANDES, Millôr. *Mais! Folha de S.Paulo*, mar. 2001.)

Os três últimos versos de Millôr Fernandes exprimem:

- a) a incoerência dos governantes.
- b) a má vontade dos políticos.
- c) a ignorância do povo.
- d) a pobreza de espírito das elites.
- e) a loucura das mulheres no governo.

### Resolução

"Os donos do país" são as "elites", ou parte delas, que são objeto da observação anterior do humorista ("as

elites tão senis"). A "incoerência" dos "donos do país" pode ser associada à "pobreza de espírito" mencionada na alternativa d. As demais alternativas não são aceitáveis porque não é correto associar "donos do país" nem aos "governantes" e aos "políticos" (a e b), que muitas vezes não são mais do que representantes dos tais donos, nem muito menos ao "povo" (c), que se situa no pólo oposto ao das elites, ou à "loucura das mulheres no governo" (e), pelo fato de ser mulher e rainha a personagem louca mencionada nos versos da paródia de Millôr Fernandes (assim como no original de Manuel Bandeira). A alternativa a é a que mais se presta a confusão, dado que a falta de coerência pode ser descrita como "inconsequência". Ocorre, porém, que a identificação de "donos do país" com "governantes" nem encontra apoio no texto, nem, necessariamente, nos fatos (o famoso livro de Raymundo Faoro, de título semelhante, é uma demonstração disso). Não obstante, é de temer que, num teste impreciso como este (como se poderia determinar a que grupo de fato se refere a expressão "donos do país"?), a Banca Examinadora tenha considerado a alternativa a como correta.

### 36 c

Leia o seguinte texto:

- Toma outra xícara, meia xícara só.
- E papai?
- Eu mando vir mais; anda, bebe!

Ezequiel abriu a boca. Cheguei-lhe a xícara, tão trêmulo que quase a entornei, mas disposto a fazê-la cair pela goela abaixo, caso o sabor lhe repugnasse, ou a temperatura, porque o café estava frio... Mas não sei que senti que me fez recuar. Pus a xícara em cima da mesa, e dei por mim a beijar doidamente a cabeça do menino.

- Papai! papai! exclamava Ezequiel.
- Não, não, eu não sou teu pai!

(ASSIS, Machado de. *Dom Casmurro*. 27ª ed. São Paulo: Ática, 1994, p. 173.)

A cena criada por Machado de Assis está relacionada a:

- a) abuso de autoridade paterna.
- b) excesso de carinho paterno.
- c) reflexo de conflito interior.
- d) violenta rejeição à criança.
- e) cuidado com a alimentação da criança.

#### Resolução

Na cena transcrita, de *Dom Casmurro*, o protagonista, dilacerado pela suspeita em relação ao comportamento de sua mulher (ele crê que Capitu o traía) e, conseqüentemente, em relação à paternidade de Ezequiel (que ele julga ser filho de Escobar), hesita e fraqueja ao tentar levar a efeito o propósito de envenenar a criança.

#### OBJETIVO

ça.

**As questões 37 e 38 dizem respeito ao seguinte aforismo de Millôr Fernandes:**

Beber é mal, mas é muito bom.  
(FERNANDES, Millôr. *Mais! Folha de S.Paulo*, 5 ago. 2001, p. 28.)

### **37 b – teste defeituoso**

A palavra “mal”, no caso específico da frase de Millôr, é:

- a) adjetivo.                      b) substantivo.                      c) pronome.
- d) advérbio.                      e) preposição.

#### **Resolução**

*Pressupondo que Millôr Fernandes não tenha cometido o engano de grafar mal por mau, a palavra, tal como ele a empregou, só poderia ser um substantivo, pois as outras possibilidades morfosintáticas de mal – advérbio ou conjunção – não teriam cabimento na frase dada. Assim, mal seria equivalente a um mal, uma doença, um pecado. O que não se entende é o motivo de, na formulação do teste, a Banca Examinadora ter perguntado sobre “o caso específico da frase de Millôr”, como se houvesse alguma especificidade no emprego de mal como substantivo. Por outro lado, se a Banca considerou que, “no caso específico”, mal vale como adjetivo, então não se trata de nada diferente de um erro de grafia. De qualquer forma, um teste defeituoso.*

### **38 d – teste defeituoso**

O efeito de sentido da frase de Millôr Fernandes deve-se a uma relação de:

- a) causa.                              b) semelhança.                      c) antecedência.
- d) concessão.                      e) consequência.

#### **Resolução**

*O “efeito de sentido” da frase dada de Millôr Fernandes deve-se à antítese mal(mau) x bom, que configura um oxímoro, pois os termos antitéticos são aplicados ao mesmo sujeito, resultando num paradoxo, uma expressão contraditória. A justificativa é que mal (ou mau) refere-se a certas consequências de beber (relativas à saúde, à tranquilidade alheia etc.), enquanto bom se refere a outras consequências do ato (o prazer do paladar, da embriaguez etc.). Mas essa interpretação não é contemplada nas alternativas, que não oferecem as opções “antítese”, “oxímoro” ou “paradoxo”. As alternativas a e e, descabidas, anulam-se mutuamente, pois uma implica a outra; b e d também não se justificam, pois não se percebe de que “semelhança” ou de que “antecedência” se trataria. A alternativa d, finalmente, também não pode ser admitida sem muitas restrições. Com efeito, sendo o período dado constituído por coordenação adversativa, esta se*

poderia transformar em subordinação concessiva (Beber é mal, embora seja muito bom ou Embora beber seja mal, é muito bom). Não obstante, isso não corresponde ao "efeito de sentido" da frase, mas apenas a uma transformação possível de sua estrutura sintática, transformação que lhe preservaria o sentido. Trata-se, aqui, do uso abusivo da expressão "efeito de sentido", que, cunhada por Gilles Deleuze em seu livro *Logique du sens*, em sua tradução brasileira passou a ser empregada de forma imprecisa e abusiva, como ocorre neste teste. O "efeito de sentido", como se aprende no texto de Deleuze, não é um fenômeno claramente indigitável, preciso e unívoco a ponto de ser objeto de teste numa prova como a presente.

### 39 b

Leia o texto abaixo:

#### Cajuína

Existirmos, a que será que se destina?  
Pois quando tu me deste a rosa pequenina  
vi que és um homem lindo e que se acaso a sina  
do menino infeliz não se nos ilumina  
Tampouco turva-se a lágrima nordestina  
Apenas a matéria-vida era tão fina  
e éramos olharmo-nos intacta a retina  
A Cajuína, cristalina em Teresina  
(Caetano Veloso).

Na letra desta canção o autor questiona:

- a) a vida nordestina.
- b) a razão de viver.
- c) a descoberta do amor.
- d) o sofrimento sem razão.
- e) a lembrança da infância.

#### Resolução

O primeiro verso do trecho transcrito, "Existirmos, a que será que se destina?", formula a questão relativa ao sentido da existência, ou à "razão de viver", como consta da alternativa b. É de lamentar a falta de critério com que foi transcrito o texto: alguns versos se iniciam com minúsculas, outros com maiúsculas, sem que haja justificativa para a oscilação; a pontuação é deficiente (não se fale em ausência de pontuação, pois, se foram empregadas duas vírgulas e um ponto de interrogação, por que faltam os demais sinais demandados pelo texto?).

As questões 40 e 41 referem-se ao seguinte texto:

Ela saltou no meio da roda, com os braços na cintura, rebolando as ilhargas e bamboleando a cabeça, ora para a esquerda, ora para a direita, como numa sofreguidão de gozo carnal, num requebrado luxurioso que a punha ofegante; já correndo de barriga empinada; já recuando de braços estendidos, a tremer toda, como se fosse afundando num prazer grosso que nem azeite, em que se não toma pé e nunca encontra fundo. Depois, como se voltasse à vida soltava um gemido prolongado, estalando os dedos no ar e vergando as pernas, descendo, subindo, sem nunca parar os quadris, e em seguida sapateava, miúdo e cerrado, freneticamente, erguendo e abaixando os braços, que dobrava, ora um, ora outro, sobre a nuca enquanto a carne lhe fervia toda, fibra por fibra, titilando.  
(AZEVEDO, Aluísio. *O Cortiço*, 25ª ed. São Paulo, Ática, 1992, p. 72-3.)

**40 e**

Neste trecho, o efeito de movimento rápido é obtido por verbos empregados no tempo ou modo:

- a) pretérito perfeito do indicativo.
- b) pretérito imperfeito do subjuntivo.
- c) presente do indicativo.
- d) infinitivo.
- e) gerúndio.

**Resolução**

*O gerúndio (formas verbais em -ndo, como rebolando, bamboleando etc.) é intensivamente empregado no texto transcrito, resultando num "efeito de movimento rápido". É de lamentar, neste teste, que o gerúndio seja tratado como "tempo ou modo" verbal, quando na verdade se trata de uma forma nominal do verbo, não correspondendo nem a tempo nem a modo.*

**41 c**

Assinale a alternativa que reúne personagens femininas cuja sensualidade física é ressaltada por seus autores, à maneira do que consta no trecho de *O Cortiço*:

- a) Madalena, Capitu, Diadorim, Teresa Batista.
- b) Helena, Amélia, Macabéa, Gabriela.
- c) Luciola, Teresa Batista, Gabriela, Dona Flor.
- d) Helena, Diadorim, Macabéa, Capitu.
- e) Aurélia, Gabriela, Helena, Madalena.

**Resolução**

*Tanto a personagem de Alencar quanto as de Jorge Amado mencionadas na alternativa c são caracterizadas com forte dose de sensualidade.*

**42 a**

Assinale a alternativa que rotula adequadamente o tra-

tamento dado ao elemento indígena, nos romances *O Guarani*, de José de Alencar, e *Triste fim de Policarpo Quaresma*, de Lima Barreto, respectivamente:

- a) Nacionalismo exaltado, nacionalismo caricatural.
- b) Idolatria nacionalista, derrotismo nacional.
- c) Aversão ao colonizador, aversão ao progresso.
- d) Aversão ao colonizador, derrotismo nacional.
- e) Nacionalismo exaltado, aversão ao progresso.

#### **Resolução**

*O elemento indígena, em O Guarani, é o heróico ancestral da nação brasileira, cujo povo se originaria de seu cruzamento com o europeu. No romance de Lima Barreto, o nacionalismo de Policarpo Quaresma o leva a, ridícula e absurdamente, propor a adoção do tupi como língua oficial do Brasil.*

### **43 d**

Leia os seguintes textos, observando que eles descrevem o ambiente natural de acordo com a época a que correspondem, fazendo predominar os aspectos bucólico, cotidiano e irônico, respectivamente:

#### **Texto 1**

##### **Marília de Dirceu**

Enquanto pasta, alegre, o manso gado,  
minha bela Marília, nos sentemos  
À sombra deste cedro levantado.  
Um pouco meditemos  
Na regular beleza,  
Que em tudo quanto vive nos descobre  
A sábia Natureza.

Atende como aquela vaca preta  
O novilhinho seu dos mais separa,  
E o lambe, enquanto chupa a lisa teta.  
Atende mais, ó cara,  
Como a ruiva cadela,  
Suporta que lhe morda o filho o corpo,  
E salte em cima dela.

(GONZAGA, Tomás Antônio. *Marília de Dirceu*. In: Proença Filho, Domicio. Org. *A poesia dos inconfidentes*. Rio de Janeiro, Nova Aguilar, 1996, p. 605.)

#### **Texto 2**

### Bucólica nostálgica

Ao entardecer no mato, a casa entre  
bananeiras, pés de manjeriço e cravo-santo,  
aparece dourada. Dentro dela, agachados,  
na porta da rua, sentados no fogão, ou aí mesmo,  
rápidos como se fossem ao Êxodo, comem  
feijão com arroz, taioba, ora-pro-nobis,  
muitas vezes abóbora.  
Depois, café na canequinha e pito.  
O que um homem precisa pra falar,  
entre enxada e sono: Louvado seja Deus!

(PRADO, Adélia. *Poesia Reunida*. 2ª. ed, São Paulo: Siciliano, 1992, p. 42.)

### Texto 3

#### Cidadezinha qualquer

Casas entre bananeiras  
Mulheres entre laranjeiras  
Pomar amor cantar

Um homem vai devagar.  
Um cachorro vai devagar.  
Um burro vai devagar.

Devagar... as janelas olham.

Eta vida besta, meu Deus.

(ANDRADE, Carlos Drummond. *Obra Completa*, Rio de Janeiro: José Aguilar Editora, 1967, p. 67.)

Assinale a alternativa referente aos respectivos momentos literários a que correspondem os três textos:

- a) Romântico, contemporâneo, modernista.
- b) Barroco, romântico, modernista
- c) Romântico, modernista, contemporâneo.
- d) Arcade, contemporâneo, modernista.
- e) Arcade, romântico, contemporâneo.

#### Resolução

Gonzaga é dos grandes representantes, em nossa língua, do Arcadismo neoclássico já fortemente tingido de Pré-romantismo; Adélia Prado é uma poetisa brasileira contemporânea a que diversos críticos atribuem importância; Carlos Drummond de Andrade é das expressões máximas do Modernismo brasileiro.

Leia os seguintes versos:

Mais claro e fino do que as finas pratas  
O som da tua voz deliciava...  
Na dolência velada das sonatas  
Como um perfume a tudo perfumava.

Era um som feito luz, eram volatas  
Em lânguida espiral que iluminava,  
Brancas sonoridades de cascatas...  
Tanta harmonia melancolizava.

(SOUZA, Cruz e. "Cristais", in *Obras completas*. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1995, p. 86.)

Assinale a alternativa que reúne as características simbolistas presentes no texto:

- a) Sinestesia, aliteração, sugestão.
- b) Clareza, perfeição formal, objetividade.
- c) Aliteração, objetividade, ritmo constante.
- d) Perfeição formal, clareza, sinestesia.
- e) Perfeição formal, objetividade, sinestesia.

#### **Resolução**

*Sinestesia (mistura de sensações de natureza diversa) se encontra em "claro e fino... som", em que se combinam as sensações sonora, visual e tátil; em "dolência velada das sonatas / Como um perfume a tudo perfumava", onde se mistura o sonoro, o olfativo e o tátil, e em toda a segunda estrofe, marcada por fusão de sensações visuais e sonoras. Aliteração (repetição de sons consonantais) ocorre, entre outros pontos, em "lânguida espiral que iluminava" (reiteração do l). Sugestão é o que produzem todas as imagens desses versos, pois em todas elas a caracterização é vaga ("som feito luz", por exemplo) e polissêmica, de modo a despertar associações mais do que apresentar objetos.*

**As questões 45 e 46 referem-se aos dois textos seguintes:**

### A terra

Esta terra, Senhor, me parece que, da ponta que mais contra o sul vimos até outra ponta que contra o norte vem, de que nós deste ponto temos vista, será tamanha que haverá nela bem vinte ou vinte e cinco léguas por costa. Tem, ao longo do mar, em algumas partes, grandes barreiras, algumas vermelhas, outras brancas; e a terra por cima toda chã e muito cheia de grandes arvoredos. De ponta a ponta é tudo praia redonda, muito chã e muito formosa. [...]

Nela até agora não pudemos saber que haja ouro, nem prata, nem coisa alguma de metal ou ferro; nem lho vimos. Porém a terra em si é de muito bons ares, assim frios e temperados como os de Entre-Douro e Minho. [...]

Águas são muitas; infindas. E em tal maneira é graciosa que, querendo-a aproveitar, dar-se-á nela tudo, por bem das águas que tem.

(CAMINHA, Pero Vaz de. *A Carta de Pero Vaz de Caminha*. Rio de Janeiro: Livros de Portugal, 1943, p. 204.)

### Carta de Pero Vaz

A terra é mui graciosa,  
Tão fértil eu nunca vi.  
A gente vai passear,  
No chão espeta um caniço,  
No dia seguinte nasce  
Bengala de castão de oiro.  
Tem goiabas, melancias,  
Banana que nem chuchu.  
Quanto aos bichos, tem-nos muitos,  
De plumagens mui vistosas.  
Tem macaco até demais.  
Diamantes tem à vontade,  
Esmeralda é para os trouxas.  
Reforçai, Senhor, a arca,  
Cruzados não faltarão,  
Vossa perna encanareis,  
Salvo o devido respeito.  
Ficarei muito saudoso  
Se for embora daqui.

(MENDES, Murilo. *História do Brasil*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1991, p. 13.)

**45 b**

No texto de Murilo Mendes, os versos "Banana que

nem chuchu", "Tem macaco até demais" e "Esmeralda é para os trouxas" exprimem a representação literária da visão do colonizador de maneira:

- a) séria.
- b) irônica.
- c) ingênua.
- d) leal.
- e) revoltada.

#### **Resolução**

*Ironia é a figura de linguagem pela qual se implica o oposto do que dizem as palavras empregadas. Nesse sentido, não há propriamente ironia no texto de Murilo Mendes. Ocorre, porém, que a palavra ironia é empregada também no sentido de "zombaria, escárnio, sarcasmo", aplicando-se, pois, nesse sentido menos específico, ao texto em questão. É bastante impróprio que, numa prova como a presente, o termo seja empregado em sentido pouco rigoroso. No entanto, era fácil chegar à resposta correta, dado que as outras eram descabidas.*

**As questões de 46 a 50 devem ser resolvidas no caderno de soluções.**

**46**

Os dois textos da questão 45, representantes de dois períodos literários distantes, revelam duas perspectivas diferentes. Indique:

- a) A diferença entre o texto original e o segundo, em função da descrição da terra;
- b) O período literário a que corresponde cada texto.

#### **Resolução**

*a) A descrição de Caminha procura ser objetiva, é inteiramente séria e resulta, afinal, entusiástica. A descrição de Murilo Mendes não tem qualquer compromisso com a realidade objetiva, é zombeteira e seu efeito final é crítico.*

*b) O texto de Caminha foi composto em 1500 e sua prosa liga-se mais à tradição cronística do fim da Idade Média do às inovações que se gestavam na época. "Quinhentismo", o rótulo que as histórias literárias costumam pespegar às obras dos primeiros cronistas do Brasil, não corresponde à designação de um período literário. Assim sendo, é difícil imaginar o que a Banca Examinadora espera como resposta correta a essa questão. Quanto ao texto de Murilo Mendes, trata-se de um exemplo típico do Modernismo da primeira fase, embora o poema tenha sido publicado em 1930, ou seja, no início do que se considera o "segundo momento" modernista.*

**47**

Observe o estilo do texto abaixo:

Foi até a cozinha. Tomou um gole de chá com uma bolacha água-e-sal. Ainda pensou em abandonar o plano. Mas, como se salvaria? Lavou as mãos e o rosto. Saiu de casa. Trancou o minúsculo quarto-e-cozinha. Aluguel atrasado. Despensa vazia. Contava os trocados para pegar o ônibus.

(AUGUSTO, Rogério. "Flores". *Cult. Revista Brasileira de Literatura*, nº. 48, p. 34.)

- a) Do ponto de vista redacional, que traços permitem considerar esse texto como contemporâneo?
- b) De que forma se revela o clima existente nesse breve texto descritivo-narrativo?

**Resolução**

- a) São traços de contemporaneidade, no texto apresentado: o estilo paratático (coordenação em vez de subordinação), em períodos breves, sincopados, em ritmo staccato. Tais traços de estilo, contudo, apontam uma contemporaneidade bastante dilatada, pois, no Brasil, escreve-se assim, ou quase, desde Graciliano Ramos.
- b) Diversos são os elementos que apontam a precariedade e a hesitação dilacerada da personagem focalizada: apartamento minúsculo, falta de dinheiro e de mantimentos, um plano que pode trazer a salvação mas que no momento traz a insegurança.

**48**

Leia com atenção a seguinte frase de um letreiro publicitário:

Esta é a escola que os pais confiam.

- a) Identifique a preposição exigida pelo verbo e refaça a construção, obedecendo à norma gramatical.
- b) Justifique a correção.

**Resolução**

- a) O verbo confiar exige a preposição em e a frase reconstruída seria a seguinte:  
"Esta é a escola em que os pais confiam."
- b) O pronome relativo que é precedido da preposição em, que, na oração reformulada, foi exigida pelo verbo confiar (um verbo transitivo indireto).

**As questões 49 e 50 referem-se ao seguinte texto:**

**49**

O verbo "assistir", empregado em linguagem coloquial, está em desacordo com a norma gramatical.

- a) Reescreva o último período de acordo com a norma.
- b) Justifique a correção.

### Resolução

- a) *Assista, amanhã, à revista eletrônica feminina que é a referência do gênero na TV.*
- b) O verbo *assistir* – no sentido de “ver, presenciar” – é transitivo indireto e rege preposição *a*. Como “revista eletrônica feminina” admite artigo feminino *a*, ocorre a fusão desse artigo *a* com a preposição *a*, resultando assim a crase (*à*).

**50**

- a) Por que não está adequada a vírgula empregada após a palavra “amanhã”?
- b) A inclusão de uma vírgula após o termo “feminina” alteraria o entendimento da frase. Nesse caso, o que seria modificado em relação ao significado de “revista eletrônica feminina”?

### Resolução

- a) *Tratando-se de um adjunto adverbial disposto entre os termos da oração (entre o verbo e o objeto indireto), ele deveria vir separado por duas vírgulas, uma antes e outra depois dele, ou então sem qualquer vírgula, por tratar-se de termo breve e muito intimamente ligado ao resto da oração. Portanto, podem-se admitir duas vírgulas ou nenhuma, mas não a vírgula presente no texto, que está separando o verbo e o adjunto, de um lado, do objeto indireto, do outro.*
- b) *A inclusão de uma vírgula antes do que faria que a oração por ele introduzida funcionasse, não mais como adjetiva restritiva, mas sim como adjetiva explicativa. Tal como está escrito, entende-se que há mais de uma revista eletrônica feminina e que a de que se fala é considerada “a referência do gênero na TV”. Com a vírgula, entender-se-ia que há uma única revista eletrônica feminina, sendo ela “a referência do gênero na TV”, o que resulta incongruente (como ser referência de um gênero de que se é exemplar único?).*

## REDAÇÃO

Leia os quatro textos abaixo e, servindo-se do que eles sugerem, escreva uma dissertação em prosa, de aproximadamente 25 (vinte e cinco) linhas, sobre "o comportamento do povo brasileiro" em situações críticas.

1

**Todos os brasileiros  
deveriam  
mudar para outro país.**

TODOS OS BRASILEIROS TÊM ESSA OPORTUNIDADE DE MUDAR PARA UM PAÍS MELHOR.

UMA TERRA GRANDE E GENEROSA, COM SOLO FÉRTIL, ÁGUA EM ABUNDÂNCIA, RECURSOS NATURAIS PRATICAMENTE INESGOTÁVEIS.

E PARA FAZER ESSA MUDANÇA SÓ PRECISAMOS DE DUAS COISAS: TRABALHO E HONESTIDADE.

O PAÍS NÓS JÁ TEMOS.

O BRASIL VAI MUDAR QUANDO O BRASILEIRO MUDAR.

*(O Estado de S. Paulo, 16/7/89.)*

**MPM**

Sebastião Teixeira, redator  
Luís Saidenberg, diretor de arte.

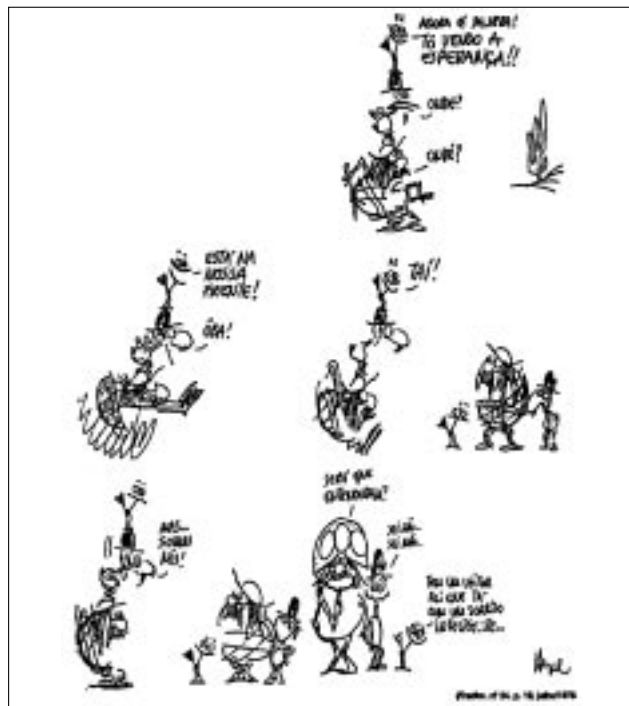
2

**cem anos de eletricidade**

Que tipo de iluminação teriam as ruas das cidades no início do século? Lâmpadas de 32 velas, distantes 40 metros entre si, foram festejadas com fogos de artifício e banda de música quando se acenderam pela primeira vez. O número de lâmpadas nas ruas, sua potência e o uso doméstico, comercial e industrial da eletricidade cresceram exponencialmente com o passar dos anos. Hoje a energia elétrica está incorporada ao nosso cotidiano e só nos damos conta do seu benefício quando ela nos falta.

(FERRARI, Sueli Martini – "As usinas de Monte Serrat e Quilombo." *Memória – Eletropaulo*, nº 24. Depto. de Patrimônio Histórico. São Paulo, 1997, p. 74.)

3



4

.....

Estamos hoje a 26 de setembro e não há no céu o menor sinal de chuva. Os gazogenios passam nas ruas – esses agentes retardadores da chuva. A seca outrora desconhecida de S. Paulo começa a mostrar o que é. Irá se acentuando, porque o petróleo não sai e o gazogenio continuará. Mais e mais matas irão sendo abatidas para que haja o mínimo de transporte de que dispomos. As secas se amiarão, cada vez mais prolongadas. A vestimenta vegetal da terra irá reduzindo, como se reduziu no Nordeste. E um dia teremos nestas plagas sulamericanas o mais belo produto da brasilidade: um novo deserto de Gobi, criado pela imprevidência e estupidez dos homens.

.....

E no entanto há remédios!... Basta que saiamos do caminho da mentira côm-de-rosa e tenhamos a bela coragem de encarar de frente as realidades. Até aqui toda a nossa política tem sido dar combate a meros efeitos, deixando as causas em paz – e nem sequer atinamos com as verdadeiras causas desses desastrosos efeitos. Mas se mudássemos de atitude? Se em vez de imbecilmente persistirmos no ataque a efeitos indagássemos das causas profundas e as removéssemos?

(LOBATO, Monteiro – "Prefácio de 'Diretrizes para uma política rural e econômica', de Paulo Pinto de Carvalho", in *Prefácios e entrevistas*. São Paulo: Brasiliense, 1964, p. 57-9.) (A ortografia original foi mantida.)

#### Comentário

Quatro textos, um dos quais em forma de car-

tum, foram apresentados como ponto de partida para o desenvolvimento de uma dissertação sobre "o comportamento do povo brasileiro em situações críticas".

O candidato deve ter observado que os textos, cada um a seu modo, enfatizavam a participação do brasileiro diante das sucessivas crises que vêm abalando o país nas últimas décadas.

A recente crise energética que "surpreendeu" os brasileiros, precedida pela seca que já nos idos de 64 se expandia para o Sudeste, seria explicável não fosse o Brasil uma "terra grande e generosa", com "solo fértil" e "recursos naturais praticamente inesgotáveis". Diante desse aparente paradoxo, caberia questionar a postura passiva, quando não alienada, de muitos brasileiros que, em momentos críticos, são capazes dos mais heróicos sacrifícios ("combate aos efeitos", como denunciou Monteiro Lobato), mas no dia-a-dia reassumem a postura conformista ("deixando as causas em paz"), preferindo atribuir às "autoridades competentes" o papel exclusivo de "construir o país". A exemplo do cartum de Henfil, talvez fosse necessário que o brasileiro enxergasse em si mesmo a "esperança" que promoveria a mudança do Brasil.

# MATEMÁTICA

## NOTAÇÕES

$\mathbb{C}$  é o conjunto dos números complexos.

$\mathbb{R}$  é o conjunto dos números reais.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$i$  denota a unidade imaginária, ou seja,  $i^2 = -1$ .

$\bar{Z}$  é o conjugado do número complexo  $Z$

Se  $X$  é um conjunto,  $P(X)$  denota o conjunto de todos os subconjuntos de  $X$ .

$A \setminus B = \{x \in A; x \notin B\}$ .

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ .

$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x\}$ .

$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq a\}$ .

$P = (x, y)$  significa ponto  $P$  de coordenadas  $(x, y)$ .

$\overline{AB}$  denota o segmento que une os pontos  $A$  e  $B$ .

$\ln x$  denota o logaritmo natural de  $x$ .

$A^t$  denota a matriz transposta da matriz  $A$ .

### 1 d

Considere as seguintes afirmações sobre números reais positivos:

I. Se  $x > 4$  e  $y < 2$ , então  $x^2 - 2y > 12$ .

II. Se  $x > 4$  ou  $y < 2$ , então  $x^2 - 2y > 12$ .

III. Se  $x^2 < 1$  e  $y^2 > 2$ , então  $x^2 - 2y < 0$ .

Então, destas é (são) verdadeira(s)

a) apenas I.

b) apenas I e II.

c) apenas II e III.

d) apenas I e III.

e) todas.

#### Resolução

I. Verdadeira, pois

$$x > 4 \text{ e } y < 2 \Rightarrow x^2 > 16 \text{ e } -2y > -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2y > 16 - 4 \Rightarrow x^2 - 2y > 12.$$

II. Falsa, pois para  $x = 3$  e  $y = 1$  temos que

$$x^2 - 2y = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7 < 12.$$

III. Verdadeira, pois se  $x$  e  $y$  são positivos, então:

$$\left. \begin{matrix} x^2 < 1 \\ y^2 > 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x^2 < 1 \\ y > \sqrt{2} \end{matrix} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x^2 < 1 \\ 2y > 2\sqrt{2} \end{matrix} \right. \Rightarrow x^2 - 2y < 0$$

### 2 e

Sejam  $a, b, c$  reais não-nulos e distintos,  $c > 0$ . Sendo par a função dada por

$$f(x) = \frac{ax + b}{x + c}, \quad -c < x < c,$$

então  $f(x)$ , para  $-c < x < c$ , é constante e igual a

a)  $a + b$

b)  $a + c$

c)  $c$

d)  $b$

e)  $a$

#### Resolução

A função  $f : ]-c; c[ \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $c > 0$ , definida por

$$f(x) = \frac{ax + b}{x + c}, \text{ é par.}$$

$$\text{Logo: } f(-x) = f(x), \forall x \in ]-c; c[ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-ax + b}{-x + c} = \frac{ax + b}{x + c}, \forall x \in ]-c; c[ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -ax^2 + bx - acx + bc = -ax^2 - bx + acx + bc, \forall x \in ]-c; c[$$

$$\Leftrightarrow (2b - 2ac)x = 0, \forall x \in ]-c; c[ \Leftrightarrow 2b - 2ac = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{b = a c}$$

Assim sendo:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{ax + b}{x + c} \\ b &= a c \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow f(x) = \frac{ax + ac}{x + c} \Leftrightarrow \mathbf{f(x) = a}$$

**3 e**

Os valores de  $x \in \mathbb{R}$ , para os quais a função real dada por  $f(x) = \sqrt{5 - ||2x - 1| - 6|}$  está definida, formam o conjunto

- a)  $[0, 1]$
- b)  $[-5, 6]$
- c)  $[-5, 0] \cup [1, \infty)$
- d)  $(-\infty, 0] \cup [1, 6]$
- e)  $[-5, 0] \cup [1, 6]$

#### Resolução

Os valores de  $x \in \mathbb{R}$  para os quais a função está definida são dados pela solução, em  $\mathbb{R}$ , da inequação

$$5 - ||2x - 1| - 6| \geq 0.$$

Para  $x \leq -\frac{1}{2}$  resulta:

$$\begin{aligned} 5 - ||2x - 1| - 6| \geq 0 &\Leftrightarrow 5 - |-2x + 1 - 6| \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow |-2x - 5| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq -2x - 5 \leq 5 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0 \leq -2x \leq 10 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 0 \end{aligned}$$

Para  $x \geq \frac{1}{2}$  resulta:

$$\begin{aligned} 5 - ||2x - 1| - 6| \geq 0 &\Leftrightarrow 5 - |2x - 1 - 6| \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow |2x - 7| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x - 7 \leq 5 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \leq 2x \leq 12 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 6 \end{aligned}$$

Concluimos, então, que  $x \in [-5; 0] \cup [1; 6]$

**4 d**

Seja a equação em  $\mathbb{C}$

$$z^4 - z^2 + 1 = 0$$

Qual dentre as alternativas abaixo é igual à soma de duas das raízes dessa equação?

- a)  $2\sqrt{3}$     b)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     c)  $+\frac{\sqrt{3}}{2}$     d)  $-i$     e)  $\frac{i}{2}$

**Resolução**

$$1) \quad z^4 - z^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^2 = \frac{1 \pm \sqrt{3} \cdot i}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^2 = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot i}{2} \text{ ou } z^2 = \frac{1 - \sqrt{3} \cdot i}{2}$$

$$2) \quad z^2 = \frac{1 + \sqrt{3} \cdot i}{2} \Leftrightarrow z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^2 = \cos 60^\circ + i \cdot \sin 60^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = \cos 30^\circ + i \cdot \sin 30^\circ \text{ ou}$$

$$z = \cos 210^\circ + i \cdot \sin 210^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ ou } z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$3) \quad z^2 = \frac{1 - \sqrt{3} \cdot i}{2} \Leftrightarrow z^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^2 = \cos 300^\circ + i \cdot \sin 300^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = \cos 150^\circ + i \cdot \sin 150^\circ \text{ ou}$$

$$z = \cos 330^\circ + i \cdot \sin 330^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ ou } z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

4) O conjunto verdade da equação  $z^4 - z^2 + 1 = 0$  é

$$\left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i; -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right\}$$

5) A soma de duas raízes da equação pode ser:  
0 ou  $i$  ou  $\sqrt{3}$  ou  $-\sqrt{3}$  ou  $-i$ .

**5 b**

Sejam **A** um conjunto com 8 elementos e **B** um conjunto tal que **A**  $\cup$  **B** contenha 12 elementos.

Então, o número de elementos de **P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)** é igual a

- a) 8    b) 16    c) 20    d) 17    e) 9

**Resolução**

1) Para quaisquer conjuntos A e B tem-se  $\emptyset \in P(B \setminus A)$

$$\Rightarrow \{\emptyset\} \subset P(B \setminus A) \Rightarrow P(\emptyset) \subset P(B \setminus A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(B \setminus A) \cup P(\emptyset) = P(B \setminus A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n[P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)] = n[P(B \setminus A)]$$

$$2) n(B \setminus A) = n(B - A) = n[(A \cup B)] - n[A] = 12 - 8 = 4$$

e portanto

$$n[P(B \setminus A)] = 2^4 = 16$$

$$3) \text{ Dos itens (1) e (2) conclui-se que } n[P(B \setminus A) \cup P(\emptyset)] = 16$$

## 6 d

Sejam  $f$  e  $g$  duas funções definidas por

$$f(x) = (\sqrt{2})^{3 \cdot \sin x - 1} \text{ e } g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot \sin^2 x - 1}, x \in \mathbb{R}.$$

A soma do valor mínimo de  $f$  com o valor mínimo de  $g$  é igual a

- a) 0      b)  $-\frac{1}{4}$       c)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{1}{2}$       e) 1

### Resolução

$$1^\circ) f(x) = (\sqrt{2})^{3 \cdot \sin x - 1} = 2^{\frac{3 \cdot \sin x - 1}{2}}$$

$f(x)$  é mínimo para  $\sin x = -1$ , assim:

$$f_{\text{mínimo}} = 2^{\frac{3 \cdot (-1) - 1}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$2^\circ) g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot \sin^2 x - 1}$$

$g(x)$  é mínimo para  $\sin^2 x = 1$ , assim:

$$g_{\text{mínimo}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot 1 - 1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

3º) A soma do valor mínimo de  $f$  com o valor mínimo

$$\text{de } g, \text{ é: } \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

## 7 b

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow P(\mathbb{R})$  dada por

$$f(x) = \{y \in \mathbb{R} ; \sin y < x\}.$$

Se  $A$  é tal que  $f(x) = \mathbb{R}, \forall x \in A$ , então

- a)  $A = [-1, 1]$ .      b)  $A = [a, \infty), \forall a > 1$ .  
c)  $A = [a, \infty), \forall a \geq 1$ .      d)  $A = (-\infty, a], \forall a < -1$ .  
e)  $A = (-\infty, a], \forall a \leq -1$ .

### Resolução

1)  $f(x) = \{y \in \mathbb{R}; \sin y < x\} = \mathbb{R}; \forall x \in A$ , significa que para todo  $y \in \mathbb{R}$  deve-se ter  $\sin y < x; \forall x \in A$ .

2) Para todo  $x > 1$  tem-se  $\sin y < x, \forall y \in \mathbb{R}$ , pois

$\sin y \leq 1$ .

3) Para  $x \leq 1$  existe  $y \in \mathbb{R}$  tal que  $\sin y \geq x$  e  $\{y \in \mathbb{R}; \sin y < x\} \neq \mathbb{R}$ .

4) Dos itens 1, 2 e 3 conclui-se que  $\{y \in \mathbb{R}; \sin y < x\} = \mathbb{R}$ ,  $\forall x \in A$  se, e somente se,  $x > 1$  e portanto  $A = [a; \infty)$ ,  $\forall a > 1$ .

## 8 a

A divisão de um polinômio  $f(x)$  por  $(x - 1)(x - 2)$  tem resto  $x + 1$ . Se os restos das divisões de  $f(x)$  por  $x - 1$  e  $x - 2$  são, respectivamente, os números **a** e **b**, então  **$a^2 + b^2$**  vale:

- a) 13      b) 5      c) 2      d) 1      e) 0

### Resolução

A partir do enunciado, temos:

$$1^\circ) \begin{array}{l} f(x) \\ x+1 \end{array} \left| \begin{array}{l} (x-1) \cdot (x-2) \\ Q(x) \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1 + 1 = 2 \\ f(2) = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$2^\circ) \begin{array}{l} f(x) \\ a \end{array} \left| \begin{array}{l} x-1 \\ q_1(x) \end{array} \right. \Rightarrow f(1) = a$$

$$3^\circ) \begin{array}{l} f(x) \\ b \end{array} \left| \begin{array}{l} x-2 \\ q_2(x) \end{array} \right. \Rightarrow f(2) = b$$

Portanto  $a = 2$  e  $b = 3$  e  $a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$

## 9 b

Sabendo que a equação

$$x^3 - px^2 = q^m, \quad p, q > 0, q \neq 1, m \in \mathbb{N},$$

possui três raízes reais positivas **a**, **b** e **c**, então

$$\log_q[abc(a^2 + b^2 + c^2)^{a+b+c}]$$

é igual a

- a)  $2m + p \log_q p$ .      b)  $m + 2p \log_q p$ .  
c)  $m + p \log_q p$ .      d)  $m - p \log_q p$ .  
e)  $m - 2p \log_q p$ .

### Resolução

Seja a equação  $x^3 - p \cdot x^2 - q^m = 0$ , cujas raízes positivas **a**, **b** e **c** satisfazem as relações de Girard:

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = p \\ a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = 0 \\ a \cdot b \cdot c = q^m \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + ac + bc) =$$

$$= p^2 - 2 \cdot 0 = p^2$$

$$\begin{aligned} \text{Então } \log_q[abc(a^2 + b^2 + c^2)^{a+b+c}] &= \\ &= \log_q[q^m \cdot (p^2)^p] = m \log_q q + 2p \cdot \log_q p = m + 2p \cdot \log_q p \end{aligned}$$

**10 d**

Dada a função quadrática

$$f(x) = x^2 \ln \frac{2}{3} + x \ln 6 - \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$$

temos que

- a) a equação  $f(x) = 0$  não possui raízes reais.
- b) a equação  $f(x) = 0$  possui duas raízes reais distintas e o gráfico de  $f$  possui concavidade para cima.
- c) a equação  $f(x) = 0$  possui duas raízes reais iguais e o gráfico de  $f$  possui concavidade para baixo.

d) o valor máximo de  $f$  é  $\frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$ .

e) o valor máximo de  $f$  é  $2 \frac{\ln 2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$ .

### Resolução

Se  $f$  é definida por  $f(x) = x^2 \ln \frac{2}{3} + x \ln 6 - \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$  então:

1)  $\ln \left( \frac{2}{3} \right) = \ln 2 - \ln 3 < 0$  e portanto  $f$  possui concavidade para baixo e possui máximo.

2)  $\Delta = (\ln 6)^2 - 4 \cdot \ln \frac{2}{3} \cdot \left( -\frac{1}{4} \right) \cdot \ln \frac{3}{2} \Leftrightarrow$

$$\Delta = (\ln 6)^2 + (\ln 2 - \ln 3) \cdot (\ln 3 - \ln 2) \Leftrightarrow$$

$$\Delta = (\ln 6)^2 - (\ln 3 - \ln 2)^2 \Leftrightarrow$$

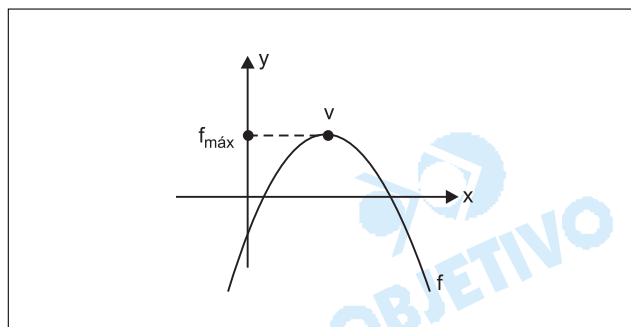
$$\Delta = (\ln 6 + \ln 3 - \ln 2) \cdot (\ln 6 - \ln 3 + \ln 2) \Leftrightarrow$$

$$\Delta = \ln 9 \cdot \ln 4 \Leftrightarrow \Delta = 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 2 \Rightarrow \Delta > 0$$

e portanto a equação  $f(x) = 0$  possui duas raízes reais e distintas.

3) O valor máximo de  $f$  é dado por  $-\frac{\Delta}{4a}$ . Logo:

$$f_{\max} = \frac{-4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 2}{4 \cdot \ln \left( \frac{2}{3} \right)} = \frac{-4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 2}{4 \cdot (\ln 2 - \ln 3)} = \frac{\ln 2 \cdot \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$$



**11 d**

Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras **a**, **b** e **c**?

- a) 1692.      b) 1572.      c) 1520.  
d) 1512.      e) 1392.

**Resolução**

Interpretando "2 das letras **a**, **b** e **c**" como "apenas 2 das letras **a**, **b** e **c**" temos:

- 1) O número de maneiras de se escolher 2 das letras **a**, **b** e **c** é  $C_{3,2} = 3$ .
- 2) O número de maneiras de se escolher as outras 2 letras entre as 7 restantes é  $C_{7,2} = 21$ .
- 3) Permutando, para cada caso, as 4 letras escolhidas resulta  $C_{3,2} \cdot C_{7,2} \cdot P_4 = 3 \cdot 21 \cdot 24 = 1512$

**12 e**

O seguinte trecho de artigo de um jornal local relata uma corrida beneficente de bicicletas: "Alguns segundos após a largada, Ralf tomou a liderança, seguido de perto por David e Rubinho, nesta ordem. Daí em diante, eles não mais deixaram as primeiras três posições e, em nenhum momento da corrida, estiveram lado a lado mais do que dois competidores. A liderança, no entanto, mudou de mãos nove vezes entre os três, enquanto que em mais oito ocasiões diferentes aqueles que corriam na segunda e terceira posições trocaram de lugar entre si. Após o término da corrida, Rubinho reclamou para nossos repórteres que David havia conduzido sua bicicleta de forma imprudente pouco antes da bandeirada de chegada. Desse modo, logo atrás de David, Rubinho não pôde ultrapassá-lo no final da corrida."

Com base no trecho acima, você conclui que

- a) David ganhou a corrida.
- b) Ralf ganhou a corrida.
- c) Rubinho chegou em terceiro lugar.
- d) Ralf chegou em segundo lugar.
- e) não é possível determinar a ordem de chegada, porque o trecho não apresenta uma descrição matematicamente correta.

**Resolução**

Da expressão "...logo atrás de David..." vamos concluir que David e Rubinho chegaram em posições consecutivas.

Com os competidores  $D = \text{David}$ ,  $R = \text{Ralf}$  e  $B = \text{Rubinho}$ , pode-se formar os seguintes seis ternos ordenados considerando suas posições durante a prova:  $(D; R; B)$ ,  $(D; B; R)$ ,  $(R; D; B)$ ,  $(R; B; D)$ ,  $(B; D; R)$  e  $(B; R; D)$ .

Vamos considerar o terno ordenado "fundamental"  $(R; D; B)$  como sendo o que representa as posições desses competidores logo após a largada.

De acordo com o enunciado o competidor  $D$  chegou na posição imediatamente anterior à posição do competidor  $B$ .

Assim, os possíveis ternos ordenados que podem representar o resultado da corrida são:  $(R; D; B)$  e

$(D; B; R)$ . Em ambos os casos tem-se um **número**

**par** de inversões de posição em relação ao terno fundamental  $(R; D; B)$  e assim sendo não pode ter havido um total de  $9 + 8 = 17$  inversões de posição entre os competidores conforme está descrito no texto citado no enunciado.

Logo, pode-se concluir que o trecho desse artigo não apresenta uma descrição matematicamente correta para que seja possível determinar a ordem de chegada desses competidores.

### 13 e

Seja a matriz

$$\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \sin 65^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix}.$$

O valor de seu determinante é

- a)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      b)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .      c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
d) 1      e) 0.

#### Resolução

A matriz

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \sin 65^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 390^\circ \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \cos 25^\circ \\ \sin 120^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos 25^\circ & \cos 25^\circ \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

tem determinante igual a zero, pois as duas colunas são iguais.

### 14 c

Sejam A e B matrizes quadradas de ordem **n** tais que  $AB = A$  e  $BA = B$ .

Então,  $[(A + B)^t]^2$  é igual a

- a)  $(A + B)^2$ .      b)  $2(A^t \cdot B^t)$ .      c)  $2(A^t + B^t)$ .  
d)  $A^t + B^t$ .      e)  $A^t B^t$ .

#### Resolução

$$\begin{aligned} [(A + B)^t]^2 &= [(A + B)^2]^t = [A \cdot A + AB + BA + BB]^t = \\ &= [ABA + AB + BA + BAB]^t = \\ &= [A(BA + B) + B(A + AB)]^t = \\ &= [A \cdot (B + B) + B \cdot (A + A)]^t = \\ &= [A \cdot 2B + B \cdot 2A]^t = [2(AB + BA)]^t = \\ &= 2 \cdot (A + B)^t = 2 \cdot (A^t + B^t) \end{aligned}$$

**15 a**

Seja  $A$  uma matriz real  $2 \times 2$ . Suponha que  $\alpha$  e  $\beta$  sejam dois números distintos, e  $V$  e  $W$  duas matrizes reais  $2 \times 1$  não-nulas, tais que

$$AV = \alpha V \quad \text{e} \quad AW = \beta W.$$

Se  $a, b \in \mathbb{R}$  são tais que  $aV + bW$  é igual à matriz nula  $2 \times 1$ , então  $a + b$  vale

- a) 0      b) 1      c) -1      d)  $\frac{1}{2}$       e)  $-\frac{1}{2}$

**Resolução**

$$\text{Supondo } V = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } W = \begin{bmatrix} t \\ z \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e sendo  $AV = \alpha V$ ,  $AW = \beta W$  e  $aV + bW = 0$  (matriz nula), com  $\alpha \neq \beta$ , tem-se

$$1) aV + bW = 0 \Leftrightarrow a \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} t \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax + bt = 0 \text{ (I)} \\ ay + bz = 0 \text{ (II)} \end{cases}$$

$$2) aV + bW = 0 \Rightarrow A \cdot (aV + bW) = A \cdot 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \cdot AV + b \cdot AW = 0 \Leftrightarrow a\alpha V + b\beta W = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \alpha \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + b \cdot \beta \cdot \begin{bmatrix} t \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\alpha x + b\beta t = 0 \text{ (III)} \\ a\alpha y + b\beta z = 0 \text{ (IV)} \end{cases}$$

3) Das equações (I) e (III) conclui-se  $a(\alpha - \beta) \cdot x = 0$  e das equações (II) e (IV) conclui-se  $a(\alpha - \beta) \cdot y = 0$  e

$$\text{portanto } \begin{cases} a \cdot x = 0 \\ a \cdot y = 0 \end{cases}, \text{ pois } \alpha \neq \beta.$$

Como  $x \neq 0$  ou  $y \neq 0$  tem-se  $a = 0$

$$4) \text{ De } \begin{cases} a = 0 \\ aV + bW = 0 \end{cases} \text{ tem-se } bW = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 0, \text{ pois } W \neq 0.$$

Assim sendo  $a + b = 0$

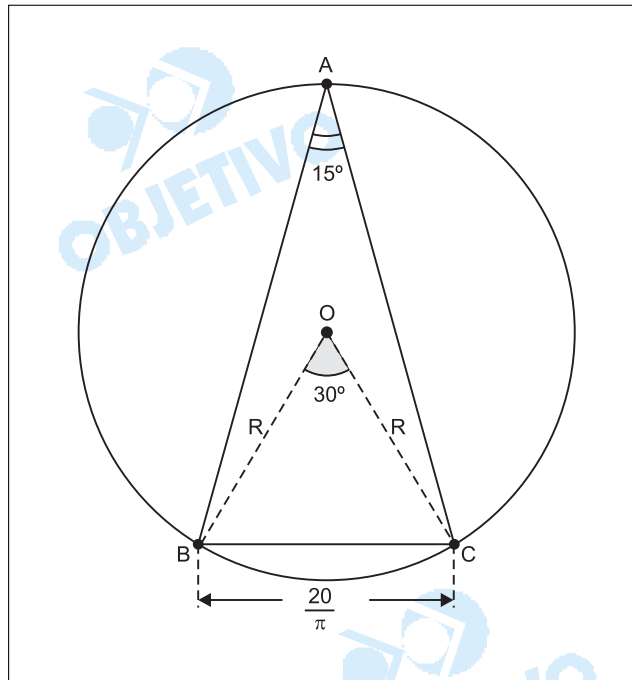
**16 a**

O triângulo  $ABC$ , inscrito numa circunferência, tem um lado medindo  $\frac{20}{\pi}$  cm, cujo ângulo oposto é de  $15^\circ$ . O

comprimento da circunferência, em cm, é

- a)  $20\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$ .      b)  $400(2 + \sqrt{3})$   
c)  $80(1 + \sqrt{3})$ .      d)  $10(2\sqrt{3} + 5)$ .  
e)  $20(1 + \sqrt{3})$ .

**Resolução**



Sendo “R” o raio, em centímetros, e “C” o comprimento da circunferência, em centímetros, tem-se:

$$1^{\circ) \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cdot \cos 30^{\circ} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 = 2R^2 - R^2\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 (2 - \sqrt{3}) = \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 \cdot (2 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{20}{\pi} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} \Leftrightarrow R = \frac{20}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{10\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{\pi}$$

$$2^{\circ) C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$\text{Assim: } C = 2 \cdot \pi \cdot \frac{10\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{\pi} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C = 20\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$$

**17 b**

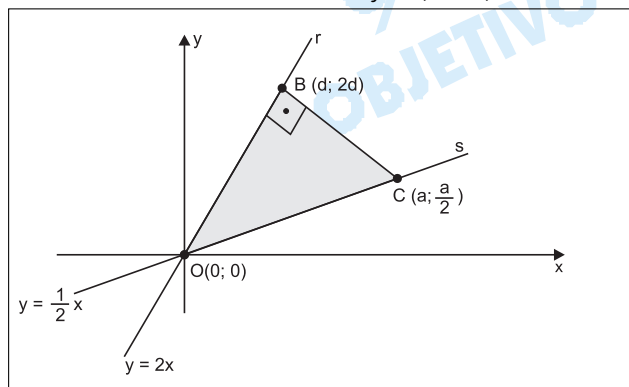
Num sistema de coordenadas cartesianas, duas retas  $r$  e  $s$ , com coeficientes angulares  $2$  e  $\frac{1}{2}$ , respectivamente, se interceptam na origem  $O$ . Se  $B \in r$  e  $C \in s$  são dois pontos no primeiro quadrante tais que o segmento  $\overline{BC}$  é perpendicular a  $r$  e a área do triângulo  $OBC$  é igual a  $12 \times 10^{-1}$ , então a distância de  $B$  ao eixo das ordenadas vale

- a)  $\frac{8}{5}$ .    b)  $\frac{4}{5}$ .    c)  $\frac{2}{5}$ .    d)  $\frac{1}{5}$ .    e)  $1$ .

**Resolução**

De acordo com o enunciado pode-se concluir que uma equação da reta  $r$  é  $y = 2x$  e uma equação da reta  $s$  é  $y = \frac{1}{2}x$ . Como  $B \in r$ , se designarmos  $d$  ( $d > 0$ ) a

distância de  $B$  ao eixo das ordenadas, então o ponto  $B$  terá coordenadas  $d$  e  $2d$  ou seja  $B(d; 2d)$ .



Como  $C \in s$ , se designarmos  $a$  ( $a > 0$ ) a abscissa de  $C$ , então a sua ordenada será  $\frac{a}{2}$  ou seja  $C\left(a; \frac{a}{2}\right)$ .

A reta  $\overline{BC}$  tem coeficiente angular  $\left(-\frac{1}{2}\right)$  pois é perpendicular a  $r$ .

$$\text{Assim: } \frac{\frac{a}{2} - 2d}{a - d} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a - 4d = -a + d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5d}{2} \text{ e } \frac{a}{2} = \frac{5d}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{O triângulo } OBC \text{ tem área igual a } 12 \cdot 10^{-1} &= \\ &= \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\text{Assim: } \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ d & 2d & 1 \\ \frac{5d}{2} & \frac{5d}{4} & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{6}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{5d^2}{4} - 5d^2 \right| = \frac{12}{5} \Leftrightarrow \frac{15d^2}{4} = \frac{12}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow d = \frac{4}{5}$$

## 18 sem resposta

Seja  $k > 0$  tal que a equação  $(x^2 - x) + k(y^2 - y) = 0$  define uma elipse com distância focal igual a 2. Se  $(p, q)$  são as coordenadas de um ponto da elipse, com

$q^2 - q \neq 0$ , então  $\frac{p - p^2}{q^2 - q}$  é igual a

- a)  $2 + \sqrt{5}$ .      b)  $2 - \sqrt{5}$ .      c)  $2 + \sqrt{3}$ .  
d)  $2 - \sqrt{3}$       e) 2.

### Resolução

1ª) A equação da elipse, com distância focal 2, supondo  $k > 0$  e  $k \neq 1$ , é:

$$(x^2 - x) + k \cdot (y^2 - y) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + k\left[\left(y - \frac{1}{2}\right)^2\right] = \frac{1}{4} + \frac{k}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1+k}{4}} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1+k}{4k}} = 1$$

2ª) Se  $(p, q)$  é um ponto da elipse, com  $q^2 - q \neq 0$ , temos:

$$(p^2 - p) + k \cdot (q^2 - q) = 0 \Leftrightarrow \frac{p^2 - p}{q^2 - q} = -k \Leftrightarrow \frac{p - p^2}{q^2 - q} = k$$

3ª) A distância focal ( $2f$ ) da elipse é igual a 2, então  $f = 1$ . Como na elipse temos  $a^2 = b^2 + f^2$ , resulta:

$$a) \begin{cases} \frac{1+k}{4} = \frac{1+k}{4k} + 1 \\ k > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 - 4k - 1 = 0 \\ k > 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = 2 + \sqrt{5}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1+k}{4k} = \frac{1+k}{4} + 1 \\ 0 < k < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 + 4k - 1 = 0 \\ 0 < k < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = -2 + \sqrt{5}$$

$$\text{Dessa forma: } \frac{p - p^2}{q^2 - q} = k = \pm 2 + \sqrt{5}$$

Obs.: Se a condição dada fosse  $k > 1$ , a resposta seria a alternativa **a**.

**19 a**

Considere a região do plano cartesiano  $xy$  definida pela desigualdade

$$x^2 + 4x + y^2 - 4y - 8 \leq 0$$

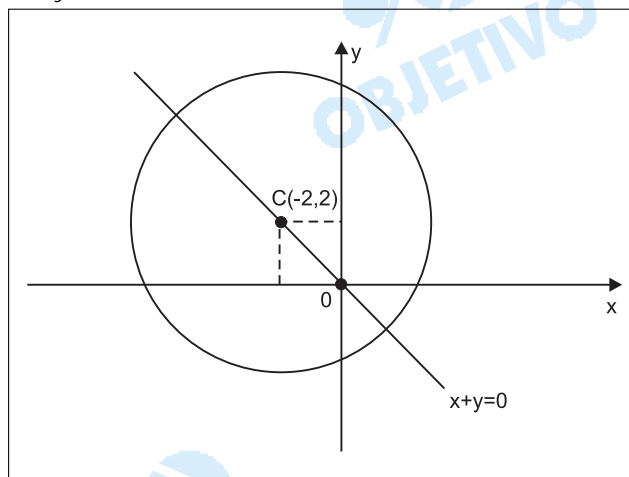
Quando esta região rodar um ângulo de  $\frac{\pi}{6}$  radianos

em torno da reta  $x + y = 0$ , ela irá gerar um sólido de superfície externa total com área igual a

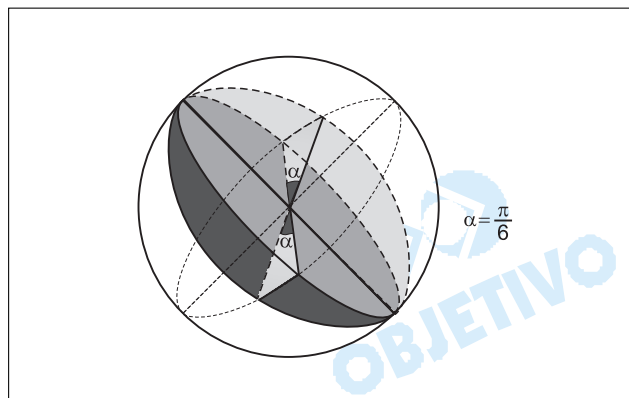
- a)  $\frac{128}{3} \pi$ .      b)  $\frac{128}{4} \pi$ .      c)  $\frac{128}{5} \pi$ .  
d)  $\frac{128}{6} \pi$ .      e)  $\frac{128}{7} \pi$ .

**Resolução**

A região do plano cartesiano  $xy$  definida pela desigualdade  $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 8 \leq 0$  é um círculo de raio  $R = 4$ , e cujo centro  $C(-2; 2)$  pertence à reta de equação  $x + y = 0$



Quando este círculo rodar um ângulo de  $\frac{\pi}{6}$  radianos em torno dessa reta irá gerar um sólido composto por duas cunhas esféricas congruentes de raio  $R = 4$  e ângulo equatorial de medida  $\frac{\pi}{6}$ , conforme a figura seguinte.



A área total  $S$  desse sólido é dada por:

$$S = 2 \cdot \frac{\frac{\pi}{6}}{2\pi} 4 \cdot \pi \cdot R^2 + 4 \cdot \frac{\pi R^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \pi R^2 \left( \frac{2}{3} + 2 \right) \Leftrightarrow S = \frac{8}{3} \pi R^2$$

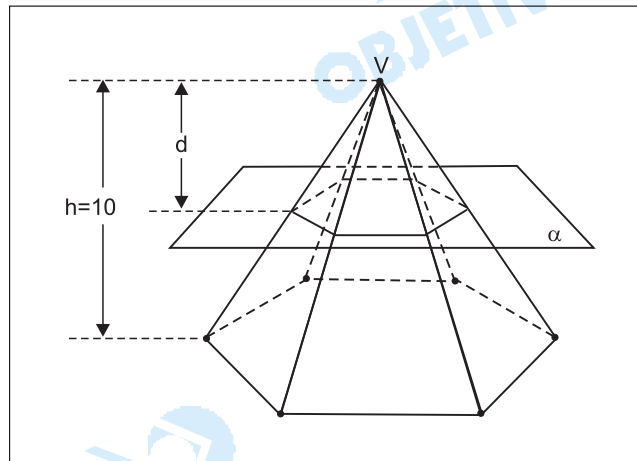
$$\text{Assim: } S = \frac{8}{3} \pi 4^2 \Leftrightarrow S = \frac{128\pi}{3}$$

## 20 c

Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10 m. A que distância do vértice devemos cortá-la por um plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja  $\frac{1}{8}$  do volume da pirâmide original?

- a) 2 m.    b) 4 m.    c) 5 m.    d) 6 m.    e) 8 m.

**Resolução**



Seja  $V_1$  o volume da pirâmide de altura "d" e  $V$  o volume da pirâmide de altura  $h = 10\text{m}$ , tem-se:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{8} \quad \text{e} \quad \frac{V_1}{V} = \left( \frac{d}{h} \right)^3$$

Assim:

$$\left( \frac{d}{10\text{ m}} \right)^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{d}{10\text{ m}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d = 5\text{m}$$

## 21

Seja a função  $f$  dada por

$$f(x) = (\log_3 5) \cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3 4^{1+2x-x^2} - \log_3 2^{x(3x+1)}.$$

Determine todos os valores de  $x$  que tornam  $f$  não-negativa.

**Resolução**

$$\begin{aligned}
f(x) &= (\log_3 5) \cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3 4^{1+2x-x^2} - \log_3 2^{x(3x+1)} = \\
&= (\log_3 5) \cdot (x-1) \cdot \log_5 8 + \\
&+ (1+2x-x^2) \cdot \log_3 4 - x \cdot (3x+1) \cdot \log_3 2 = \\
&= (x-1) \cdot \log_3 8 + (1+2x-x^2) \cdot \log_3 4 - x \cdot (3x+1) \cdot \log_3 2 = \\
&= 3 \cdot (x-1) \cdot \log_3 2 + \\
&+ 2 \cdot (1+2x-x^2) \cdot \log_3 2 - x \cdot (3x+1) \cdot \log_3 2 = \\
&= (\log_3 2) \cdot [3x-3+2+4x-2x^2-3x^2-x] = \\
&= (\log_3 2) \cdot [-5x^2+6x-1] \\
\text{Então: } f(x) \geq 0 &\Leftrightarrow (\log_3 2) \cdot [-5x^2+6x-1] \geq 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow -5x^2+6x-1 \geq 0, \text{ pois } \log_3 2 > 0 \Leftrightarrow
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 6x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq 1.$$

**Resposta:**  $\frac{1}{5} \leq x \leq 1$

**22**

Mostre que

$$\left( \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} \right)^4 > C_{8,4},$$

para quaisquer  $x$  e  $y$  reais positivos.

Obs.:  $C_{n,p}$  denota a combinação de  $n$  elementos tomados  $p$  a  $p$ .

**Resolução**

Sabe-se que:

$$1^\circ) C_{8,4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$2^\circ) \left( \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^2 \geq 0 \text{ para quaisquer } x \text{ e } y \text{ reais es-}$$

tritamente positivos.

Assim:

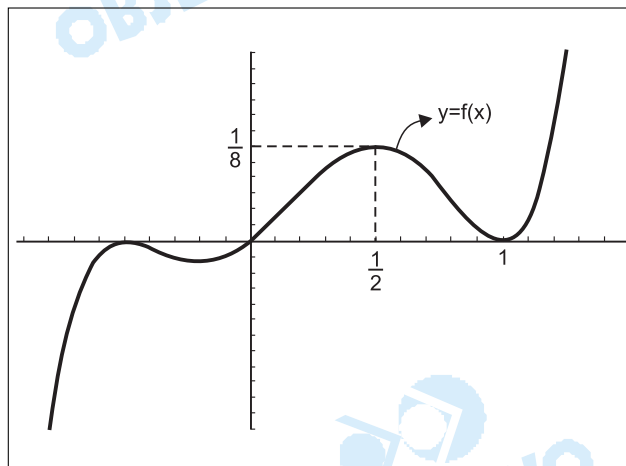
$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \geq 4 \Rightarrow \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \right)^4 \geq 4^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} \right)^4 \geq 256 \Rightarrow \left( \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} \right)^4 > 70 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} \right)^4 > C_{8,4}$$

Com base no gráfico da função polinomial  $y = f(x)$  esboçado abaixo, responda qual é o resto da divisão de  $f(x)$  por  $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$ .



### Resolução

Sejam  $Q(x)$  e  $R(x) = ax + b$ , respectivamente, o quociente e o resto da divisão de  $f(x)$  por  $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)$ .

Então:

$$\begin{array}{l} f(x) \Big| \left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1) \\ ax + b \Big| Q(x) \end{array} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1) \cdot Q(x) + ax + b$$

Com base no gráfico fornecido temos:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \quad \text{e} \quad f(1) = 0$$

Portanto:

$$\begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{8} \\ f(1) = a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Logo, } R(x) = ax + b = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

**Resposta:** O resto é  $-\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

**24**

Sejam  $a$  e  $b$  dois números complexos não-nulos, tais que  $a^2 + b^2 = 0$ . Se  $z, w \in \mathbb{C}$  satisfazem a

$$\begin{cases} \bar{z}w + z\bar{w} = 6a \\ \bar{z}w - z\bar{w} = 8b \end{cases}$$

determine o valor de  $|a|$  de forma que  $|z w| = 1$ .

**Resolução**

1º) Sendo  $z, w \in \mathbb{C}$ , temos:

$$\begin{cases} \bar{z} \cdot w + z \cdot \bar{w} = 6a \\ \bar{z} \cdot w - z \cdot \bar{w} = 8b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{z} \cdot w = 3a + 4b \\ z \cdot \bar{w} = 3a - 4b \end{cases}$$

$$\text{Então: } (\bar{z} \cdot w) \cdot (z \cdot \bar{w}) = (3a + 4b) \cdot (3a - 4b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (z \cdot \bar{z}) \cdot (w \cdot \bar{w}) = 9a^2 - 16b^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |z|^2 \cdot |w|^2 = 9a^2 - 16b^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |z \cdot w|^2 = 9a^2 - 16b^2 \Leftrightarrow 9a^2 - 16b^2 = 1,$$

$$\text{pois } |z \cdot w| = 1.$$

2º) Como  $a^2 + b^2 = 0$ , resulta:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 0 \\ 9a^2 - 16b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = -a^2 \\ 9a^2 - 16b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Portanto: } 9a^2 - 16 \cdot (-a^2) = 1 \Leftrightarrow 25a^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{1}{5} \text{ e } |a| = \frac{1}{5}$$

$$\text{Resposta: } |a| = \frac{1}{5}$$

**25**

1. Mostre que se uma matriz quadrada não-nula  $A$  satisfaz a equação

$$A^3 + 3A^2 + 2A = 0 \quad (1)$$

então  $(A + I)^3 = A + I$ , em que  $I$  é a matriz identidade.

2. Sendo dado que

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

satisfaz à equação (1) acima, encontre duas matrizes não-nulas  $B$  e  $C$  tais que  $B^3 + C^3 = B + C = A$ . Para essas matrizes você garante que o sistema de equações

$$(B - C) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

tem solução  $(x, y) \neq (0, 0)$ ? Justifique.

**Resolução**

Sendo  $A$  uma matriz quadrada e  $I$  a matriz identidade temos:

$$1) (A + I)^3 = (A + I) \cdot (A + I) \cdot (A + I) =$$

$$\begin{aligned}
 &= (A^2 + 2A + I) \cdot (A + I) = \\
 &= \underbrace{A^3 + 3A^2 + 2A + A + I}_{0} = A + I
 \end{aligned}$$

2) Como  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  satisfaz a condição acima, tome-

$$\text{mos } B = A + I = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Logo } B^3 = (A + I)^3 = A + I = B.$$

Por outro lado devemos ter  $B^3 + C^3 = B + C = A$ , e portanto  $C^3 = C = A - B \Rightarrow$

$$\Rightarrow C = A - B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Considerando o sistema de equações

$$(B - C) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ vem:}$$

$$\left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \{x + y = 0,$$

que é um sistema possível e indeterminado, possuindo soluções  $(x, y) \neq (0, 0)$ .

**Respostas: 1) Demonstração**

$$2) B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ e o sistema apresentado admite solução } (x; y) \neq (0; 0)$$

**26**

Sejam  $n \geq 2$  números reais positivos  $a_1, a_2, \dots, a_n$  que formam uma progressão aritmética de razão positiva. Considere  $A_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  e responda, justificando: Para todo  $n \geq 2$ , qual é o maior entre os números  $\left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2$  e  $\left( \frac{A_n}{n} \right)^2 - a_n^2$ ?

**Resolução**

De acordo com o enunciado, a progressão aritmética  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$  é tal que  $0 < a_1 < a_2 < a_3, \dots < a_n < \dots$   
Logo:

$$1) A_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$2) \frac{A_n}{n} = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$3) \left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2 = \left( \frac{a_1 + a_n}{2} - a_n \right)^2 = \left( \frac{a_1 - a_n}{2} \right)^2$$

$$4) \left( \frac{A_n}{n} \right)^2 - a_n^2 = \left( \frac{a_1 + a_n}{2} \right)^2 - a_n^2$$

$$5) \left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2 - \left[ \left( \frac{A_n}{n} \right)^2 - a_n^2 \right] =$$

$$= \left( \frac{a_1 - a_n}{2} \right)^2 - \left( \frac{a_1 + a_n}{2} \right)^2 + a_n^2 =$$

$$= a_1 \cdot (-a_n) + a_n^2 = a_n(a_n - a_1) > 0, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$6) \left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2 - \left[ \left( \frac{A_n}{n} \right)^2 - a_n^2 \right] > 0, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2 > \left( \frac{A_n}{n} \right)^2 - a_n^2, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

**Resposta:** O maior é  $\left( \frac{A_n}{n} - a_n \right)^2$

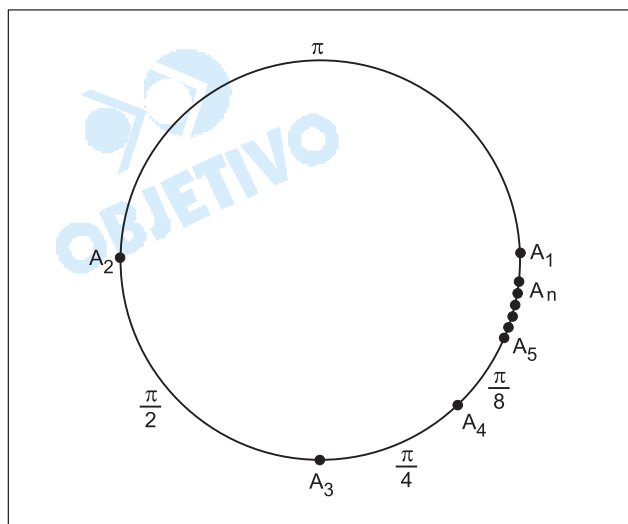
**27**

Considere  $n$  pontos distintos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sobre uma circunferência de raio unitário, de forma que os comprimentos dos arcos  $\widehat{A_1 A_2}, \widehat{A_2 A_3}, \dots, \widehat{A_{n-1} A_n}$  formam uma progressão geométrica de termo inicial  $\pi$  e razão  $\frac{1}{2}$ . Para que valores de  $n \in \mathbb{N}$  teremos o comprimento do

arco  $\widehat{A_n A_1}$  menor que  $\frac{1}{512}$  do comprimento da circunferência?

Obs.: Para todo arco  $\widehat{A_k A_l}$ , o comprimento considerado é o do arco que une o ponto  $A_k$  ao ponto  $A_l$ , no sentido anti-horário.

**Resolução**



De acordo com enunciado tem-se:

$$\widehat{A_1A_2} = \pi$$

$$\widehat{A_2A_3} = \frac{\pi}{2}$$

$$\widehat{A_3A_4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\widehat{A_{n-1}A_n} = \frac{\pi}{2^{n-2}}$$

Como

$$\widehat{A_1A_n} = \widehat{A_1A_2} + \widehat{A_2A_3} + \widehat{A_3A_4} + \dots + \widehat{A_{n-1}A_n}, \text{ tem-se:}$$

$$\begin{aligned} \widehat{A_1A_n} &= \pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} + \dots + \frac{\pi}{2^{n-2}} = \frac{\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \right]}{1 - \frac{1}{2}} = \\ &= 2\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \right] \end{aligned}$$

Por outro lado:

$$\widehat{A_nA_1} = 2\pi - \widehat{A_1A_n} \Leftrightarrow \widehat{A_nA_1} = 2\pi - 2\pi \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \widehat{A_nA_1} = 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

Assim, para que o comprimento do arco  $\widehat{A_nA_1}$  seja menor que  $\frac{1}{512}$  do comprimento da circunferência, deve-se ter:

$$\widehat{A_n A_1} < \frac{1}{512} \cdot 2\pi \Leftrightarrow 2\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{1}{2^9} \cdot 2\pi \Leftrightarrow$$

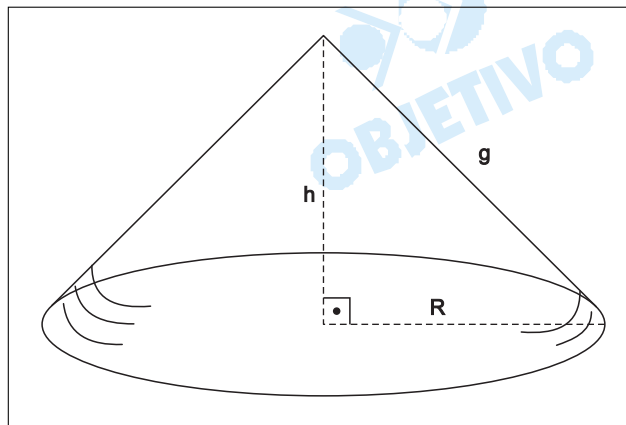
$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^9 \Leftrightarrow n-1 > 9 \Leftrightarrow n > 10$$

**Resposta:**  $n \in \mathbb{N} \mid n > 10$

**28**

Seja  $S$  a área total da superfície de um cone circular reto de altura  $h$ , e seja  $m$  a razão entre as áreas lateral e da base desse cone. Obtenha uma expressão que forneça  $h$  em função apenas de  $S$  e  $m$ .

**Resolução**



Sejam:  $g$  a geratriz do cone

$R$  o raio da base do cone

$S_\ell$  a área lateral do cone

$S_b$  a área da base do cone

De acordo com o enunciado tem-se:

$$1^\circ) \frac{S_\ell}{S_b} = m \Leftrightarrow \frac{\pi R g}{\pi R^2} = m \Leftrightarrow g = Rm \text{ e}$$

$$m > 1 \text{ pois } g > R$$

$$2^\circ) g^2 = h^2 + R^2$$

$$\text{Assim: } R^2 m^2 - R^2 = h^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{h^2}{m^2 - 1}$$

$$3^\circ) S = S_\ell + S_b \Leftrightarrow S = \pi R (g + R)$$

$$\text{Assim: } S = \pi R (Rm + R) \Leftrightarrow S = \pi R^2 (m + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{\pi \cdot h^2 (m + 1)}{m^2 - 1} \Leftrightarrow S = \frac{\pi \cdot h^2}{m - 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h^2 = \frac{(m - 1) S}{\pi} \Leftrightarrow h = \sqrt{\frac{(m - 1) S}{\pi}}$$

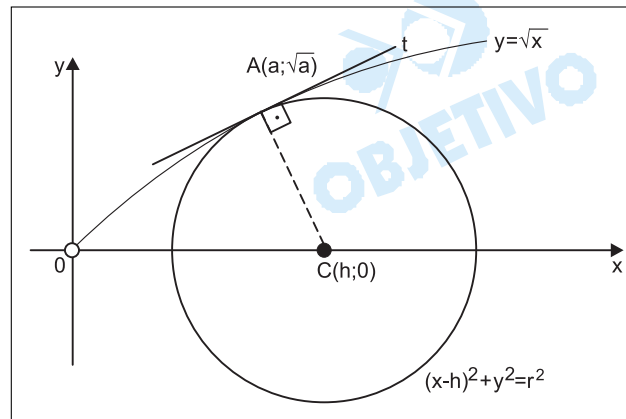
**Resposta:**  $h = \sqrt{\frac{(m-1)S}{\pi}} \quad (m > 1)$

**29**

Considere o seguinte raciocínio de cunho cartesiano: se a circunferência de centro  $C = (h, 0)$  e raio  $r$  intercepta a curva  $y = +\sqrt{x}$ ,  $x > 0$ , no ponto  $A = (a, \sqrt{a})$  de forma que o segmento  $\overline{AC}$  seja perpendicular à reta tangente à curva em  $A$ , então  $x = a$  é raiz dupla da equação em  $x$  que se obtém da intersecção da curva com a circunferência.

Use este raciocínio para mostrar que o coeficiente angular dessa reta tangente em  $A$  é  $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ .

**Resolução**



A circunferência de centro  $C(h; 0)$  e raio  $r$  tem equação:  $(x - h)^2 + y^2 = r^2$ . Fazendo  $y = \sqrt{x}$  nessa equação, tem-se a seguinte equação em  $x$ :

$$(x - h)^2 + (\sqrt{x})^2 = r^2 \Leftrightarrow x^2 + (1 - 2h)x + (h^2 - r^2) = 0$$

Assim, se  $x = a$  é a raiz dupla dessa equação, temos:

$$a = -\frac{1 - 2h}{2} \Leftrightarrow a = \frac{2h - 1}{2} \Leftrightarrow a = h - \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h - a = \frac{1}{2}$$

O coeficiente angular  $m'$  da reta  $\overleftrightarrow{AC}$  é dado por:

$$m' = \frac{0 - \sqrt{a}}{h - a} \Leftrightarrow m' = \frac{-\sqrt{a}}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow m' = -2\sqrt{a}$$

Assim, como a reta  $t$ , tangente à curva em  $A$  é perpendicular à reta  $\overleftrightarrow{AC}$ , o seu coeficiente angular  $m$  é dado por:

$$m = -\frac{1}{m'}$$

$$\text{Logo: } m = -\frac{1}{-2\sqrt{a}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

**30**

Se  $x$ ,  $y$  e  $z$  são ângulos internos de um triângulo  $ABC$

e  $\text{sen } x = \frac{\text{sen } y + \text{sen } z}{\cos y + \cos z}$ , prove que o triângulo  $ABC$  é

retângulo.

**Resolução**

Se  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as medidas dos ângulos internos de um triângulo  $ABC$ , então:  $x + y + z = \pi \Leftrightarrow y + z = \pi - x \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{y + z}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}$$

Se  $\text{sen } x = \frac{\text{sen } y + \text{sen } z}{\cos y + \cos z}$ ,  
então:

$$2 \cdot \text{sen} \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x}{2} \right) = \frac{2 \cdot \text{sen} \left( \frac{y+z}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{y-z}{2} \right)}{2 \cdot \cos \left( \frac{y+z}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{y-z}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \text{sen} \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x}{2} \right) = \frac{\text{sen} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right)}{\cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \text{sen} \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x}{2} \right) = \frac{\cos \left( \frac{x}{2} \right)}{\text{sen} \left( \frac{x}{2} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \text{sen}^2 \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{x}{2} \right) - \cos \left( \frac{x}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \left( \frac{x}{2} \right) \cdot \left[ 2 \text{sen}^2 \left( \frac{x}{2} \right) - 1 \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \left( \frac{x}{2} \right) = 0 \text{ ou } \text{sen} \left( \frac{x}{2} \right) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Como:  $0 < x < \pi$ , então tem-se finalmente:

$$\text{sen} \left( \frac{x}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle ABC$  é retângulo.

# QUÍMICA

## CONSTANTES

Constante de Avogadro	=	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F)	=	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal	=	22,4L (CNTP)
Carga elementar	=	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	=	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $62,4 \text{ mmHg L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $1,98 \text{ cal mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

## DEFINIÇÕES

**Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):** 0°C e 760 mmHg.

**Condições ambientes:** 25°C e 1 atm.

**Condições-padrão:** 25°C, 1 atm, concentração das soluções: 1 mol/L (rigorosamente: atividade unitária das espécies), sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) ou (c) = sólido cristalino; (l) = líquido; (g) = gás; (aq) = aquoso; (CM) = Circuito Metálico.

## MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g/mol)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g/mol)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
Be	4	9,01	Ar	18	39,95
B	5	10,81	K	19	39,10
C	6	12,01	Cr	24	52,00
N	7	14,01	Mn	25	54,94
O	8	16,00	Se	34	78,96
F	9	19,00	Br	35	79,91
Na	11	22,99	Kr	36	83,80
Al	13	26,98	Ag	47	107,87
Si	14	28,09	Sn	50	118,71
P	15	30,97	I	53	126,90
S	16	32,06	Pb	82	207,21

# d

Considere as seguintes espécies no estado gasoso:  $\text{NF}_3$ ,  $\text{BeF}_2$ ,  $\text{BCl}_3$ ,  $\text{ClF}_3$ ,  $\text{KrF}_4$  e  $\text{SeO}_4^{2-}$ .

Quais delas apresentam momento de dipolo elétrico?

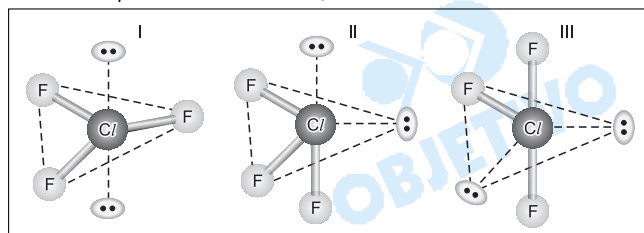
- Apenas  $\text{NF}_3$  e  $\text{SeO}_4^{2-}$ .
- Apenas  $\text{BeF}_2$ ,  $\text{ClF}_3$  e  $\text{KrF}_4$ .
- Apenas  $\text{BCl}_3$ ,  $\text{SeO}_4^{2-}$  e  $\text{KrF}_4$ .
- Apenas  $\text{NF}_3$  e  $\text{ClF}_3$ .
- Apenas  $\text{BeF}_2$ ,  $\text{BCl}_3$  e  $\text{SeO}_4^{2-}$ .

## Resolução

Para determinação do momento de dipolo elétrico de uma molécula é necessário conhecer sua geometria.

Fórmula Molecular	Fórmula de Lewis	Número de pares de elétrons		Geometria	Apresenta momento de dipolo elétrico
		isolados	ligantes		
$\text{NF}_3$		1	3	Pirâmide trigonal	Sim $\mu_{\text{total}} \neq 0$
$\text{BeF}_2$		0	2	linear	Não $\mu_{\text{total}} = 0$
$\text{BCl}_3$		0	3	Trigonal plana	Não $\mu_{\text{total}} = 0$
$\text{ClF}_3$		2	3	Forma em T	Sim $\mu_{\text{total}} \neq 0$
$\text{KrF}_4$		2	4	Quadrado planar	Não $\mu_{\text{total}} = 0$
$\text{SeO}_4^{2-}$		0	4	Tetraédrica	Não $\mu_{\text{total}} = 0$

Para a determinação da geometria do  $\text{ClF}_3$ , é importante considerar que a repulsão entre os pares de elétrons é menor quando os cinco pares eletrônicos ocupam os vértices de uma bipirâmide trigonal. Como a molécula possui dois pares não-compartilhados, existem três possíveis orientações.



Repulsões em ângulos de 90°	I	II	III
Par solitário – par solitário	0	1	0
Par solitário – par compartilhado	6	3	4

A estrutura II pode ser rejeitada, pois as estruturas I e III possuem menos repulsão entre pares solitários em ângulo de 90°. A estrutura III é favorecida em relação à I, porque apresenta menor repulsão entre os pares solitários e pares compartilhados a 90°. Portanto podemos prever que a estrutura III, em "forma de T", é a que melhor representa a forma do  $\text{ClF}_3$ .

## 2 b

A adição de glicose sólida ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) a clorato de potássio ( $\text{KClO}_3$ ) fundido, a 400°C, resulta em uma reação que forma dois produtos gasosos e um sólido cristalino. Quando os produtos gasosos formados nessa reação, e resfriados à temperatura ambiente, são borbulhados em uma solução aquosa 0,1 mol/L em hidróxido de sódio, contendo algumas gotas de fenolftaleína, verifica-se a mudança de cor desta solução de rosa para incolor. O produto sólido cristalino apresenta alta condutividade elétrica, tanto no estado líquido como em solução aquosa. Assinale a opção **CORRETA** que apresenta os produtos formados na reação entre glicose e clorato de potássio:

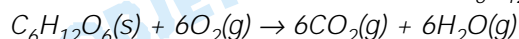
- $\text{ClO}_2(\text{g})$ ,  $\text{H}_2(\text{g})$ ,  $\text{C}(\text{s})$ .
- $\text{CO}_2(\text{g})$ ,  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ,  $\text{KCl}(\text{s})$ .
- $\text{CO}(\text{g})$ ,  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ,  $\text{KClO}_4(\text{s})$ .
- $\text{CO}(\text{g})$ ,  $\text{CH}_4(\text{g})$ ,  $\text{KClO}_2(\text{s})$ .
- $\text{Cl}_2(\text{g})$ ,  $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ ,  $\text{K}_2\text{CO}_3(\text{s})$ .

### Resolução

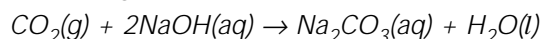
A equação química da decomposição térmica do  $\text{KClO}_3$  é

$$2\text{KClO}_3(\text{l}) \longrightarrow 2\text{KCl}(\text{s}) + 3\text{O}_2(\text{g})$$

A equação química da combustão do  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  é



O produto gasoso  $\text{CO}_2$  (óxido ácido) é absorvido por uma solução aquosa de hidróxido de sódio, de acordo com a seguinte equação:



O produto sólido cristalino ( $\text{KCl}$ ) apresenta alta condutividade elétrica, tanto no estado líquido como em solução aquosa, pois se trata de um composto iônico.

## 3 d

Considere as seguintes configurações eletrônicas de espécies no estado gasoso:

I.  $1s^22s^22p^1$ . II.  $1s^22s^22p^3$ . III.  $1s^22s^22p^4$ .

IV.  $1s^22s^22p^5$ . V.  $1s^22s^22p^53s^1$ .

Assinale a alternativa **ERRADA**.

- As configurações I e IV podem representar estados

fundamentais de cátions do segundo período da Tabela Periódica.

- b) As configurações II e III podem representar tanto um estado fundamental como um estado excitado de átomos neutros do segundo período da Tabela Periódica.
- c) A configuração V pode representar um estado excitado de um átomo neutro do segundo período da Tabela Periódica.
- d) As configurações II e IV podem representar estados excitados de átomos neutros do segundo período da Tabela Periódica.
- e) As configurações II, III e V podem representar estados excitados de átomos neutros do segundo período da Tabela Periódica.

### Resolução

#### a) Correta

Configuração I:  $1s^2 2s^2 2p^1$

pode ser do cátion  ${}_6\text{C}^{1+}$

$6p, 5e^-$

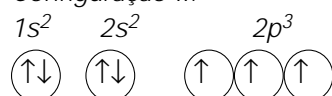
Configuração IV:  $1s^2 2s^2 2p^5$

pode ser do cátion  ${}_{10}\text{Ne}^{1+}$

$10p, 9e^-$

#### b) Correta

Configuração II:

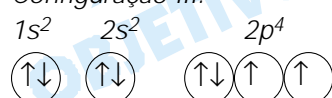


fundamental (menor energia)

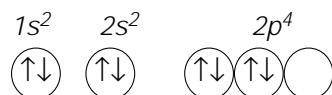


excitado (maior energia)

Configuração III:



fundamental (menor energia)



excitado (maior energia)

#### c) Correta

Configuração V é o estado excitado do  ${}_{10}\text{Ne}$

$1s^2 2s^2 2p^6$

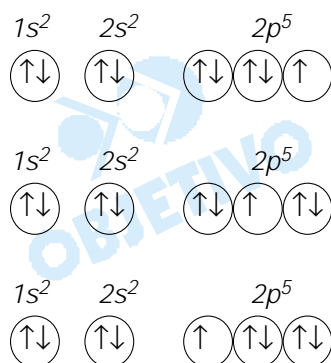
estado fundamental

$1s^2 2s^2 2p^5 3s^1$

estado excitado

#### d) Errada

Configuração IV: não representa estado excitado, pois as estruturas a seguir são equivalentes.



e) **Correta**

#### 4 d

Considere as seguintes afirmações relativas aos sistemas descritos abaixo, sob pressão de 1 atm:

- I. A pressão de vapor de uma solução aquosa de glicose 0,1 mol/L é menor do que a pressão de vapor de uma solução de cloreto de sódio 0,1 mol/L a 25°C.
- II. A pressão de vapor do n-pentano é maior do que a pressão de vapor do n-hexano a 25°C.
- III. A pressão de vapor de substâncias puras como: acetona, éter etílico, etanol e água, todas em ebulição, tem o mesmo valor.
- IV. Quanto maior for a temperatura, maior será a pressão de vapor de uma substância.
- V. Quanto maior for o volume de um líquido, maior será a sua pressão de vapor.

Destas afirmações, estão **CORRETAS**

- a) apenas I, II, III e IV.
- b) apenas I, II e V.
- c) apenas I, IV e V.
- d) apenas II, III e IV.
- e) apenas III, IV e V.

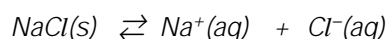
#### Resolução

##### I) **Errada**

A pressão de vapor de uma solução aquosa de glicose 0,1 mol/L é **maior** do que a pressão de vapor de uma solução de cloreto de sódio 0,1 mol/L a 25°C, pois o número de partículas dispersas por unidade de volume é menor na solução aquosa de glicose.

*solução aquosa de glicose:*

*partículas dispersas: 0,1 mol/L*



*0,1 mol/L    0,1 mol/L    0,1 mol/L*

*partículas dispersas: 0,2 mol/L*

##### II) **Correta**

A pressão de vapor do n-pentano é maior do que a pressão de vapor do n-hexano a 25°C, pois as intensidades das forças intermoleculares no n-pentano (menor cadeia) são menores do que as do n-hexano (maior cadeia). À medida que aumenta a massa molecular, diminui a pressão de vapor e aumenta a

temperatura de ebulição.

III) **Correta**

Um líquido entra em ebulição quando a sua pressão de vapor se iguala à pressão atmosférica, portanto, na ebulição, todas as substâncias têm a mesma pressão de vapor, quando no mesmo local.

IV) **Correta**

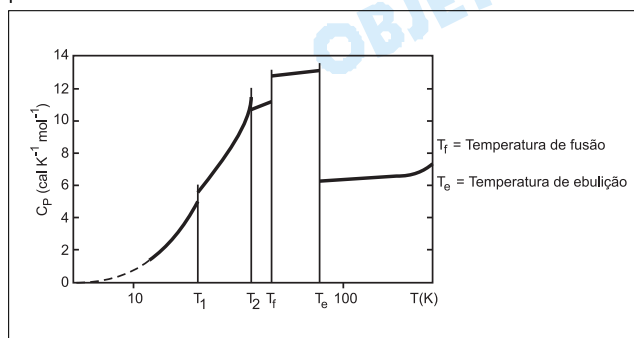
Aumentando a temperatura do líquido, teremos um aumento de energia cinética das moléculas, facilitando a vaporização.

V) **Errada**

A pressão de vapor não depende do volume do líquido, pois depende apenas da temperatura e da natureza do líquido.

**5 e**

A figura abaixo mostra como a capacidade calorífica,  $C_p$ , de uma substância varia com a temperatura, sob pressão constante.



Considerando as informações mostradas na figura acima, é **ERRADO** afirmar que

- a) a substância em questão, no estado sólido, apresenta mais de uma estrutura cristalina diferente.
- b) a capacidade calorífica da substância no estado gasoso é menor do que aquela no estado líquido.
- c) quer esteja a substância no estado sólido, líquido ou gasoso, sua capacidade calorífica aumenta com o aumento da temperatura.
- d) caso a substância se mantenha no estado líquido em temperaturas inferiores a  $T_f$ , a capacidade calorífica da substância líquida é maior do que a capacidade calorífica da substância na fase sólida estável em temperaturas menores do que  $T_f$ .
- e) a variação de entalpia de uma reação envolvendo a substância em questão no estado líquido aumenta com o aumento da temperatura.

**Resolução**

Alternativa a: **correta**

Pelo gráfico observamos que a substância apresenta três estruturas cristalinas diferentes (curva até  $T_1$ , curva entre  $T_1$  e  $T_2$  e curva entre  $T_2$  e  $T_f$ )

Alternativa b: **correta**

Vide gráfico

Alternativa c: **correta**

Vide gráfico

Alternativa d: **correta**

Mesmo a temperatura sendo inferior à temperatura de fusão, capacidade calorífica da substância no estado líquido continua sendo maior que a capacidade calorífica da substância no estado sólido, pois o fator estado de agregação é o predominante.

Alternativa e: **errada**

A variação de entalpia de uma reação ( $\Delta H = H_P - H_R$ ) depende da capacidade calorífica dos reagentes e produtos da reação, portanto, não depende apenas da capacidade calorífica da substância em questão.

## 6 C

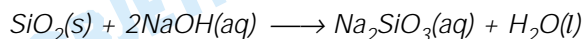
A respeito de compostos contendo silício, qual das opções abaixo apresenta a afirmação **CORRETA**?

- a) Vidros são quimicamente resistentes ao ataque de hidróxido de sódio.
- b) Vidros se fundem completamente em um único valor de temperatura na pressão ambiente.
- c) Quartzo apresenta um arranjo ordenado de suas espécies constituintes que se repete periodicamente nas três direções.
- d) Vidros comerciais apresentam uma concentração de dióxido de silício igual a 100% (m/m).
- e) Quartzo é quimicamente resistente ao ataque de ácido fluorídrico.

### Resolução

a) **Errada**

Vidros não são quimicamente resistentes ao ataque de hidróxido de sódio, pois contêm  $\text{SiO}_2$  (óxido ácido) que reage com  $\text{NaOH}$ , de acordo com a equação:



b) **Errada**

Vidros (sólidos amorfos) apresentam arranjos das partículas constituintes desordenados, portanto o ponto de fusão é variável.

c) **Correta**

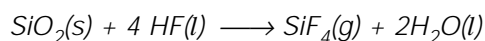
O quartzo é um cristal covalente que apresenta um arranjo ordenado de partículas.

d) **Errada**

Vidros comerciais são misturas que apresentam outros componentes além do dióxido de silício, por exemplo,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{CaO}$ . Vidros coloridos contêm outros óxidos metálicos.

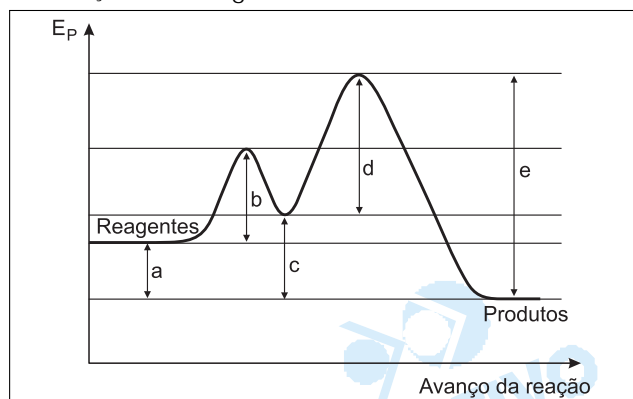
e) **Errada**

Quartzo não é quimicamente resistente ao ataque de ácido fluorídrico. Ocorre reação química de acordo com a equação:



**7 a**

Considere uma reação química representada pela equação: Reagentes  $\rightarrow$  Produtos. A figura abaixo mostra esquematicamente como varia a energia potencial ( $E_p$ ) deste sistema reagente em função do avanço da reação química. As letras **a**, **b**, **c**, **d** e **e** representam diferenças de energia.

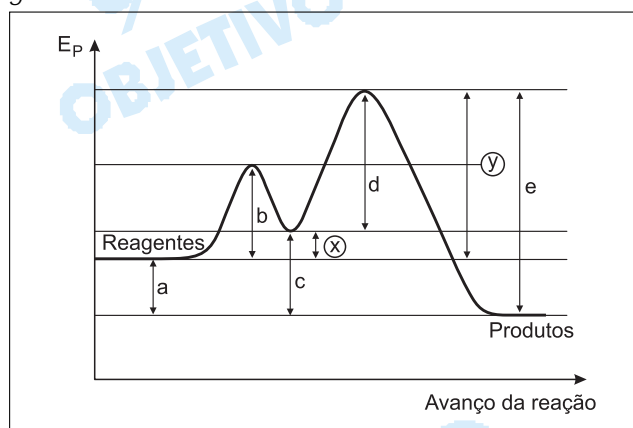


Com base nas informações apresentadas na figura é **CORRETO** afirmar que

- a energia de ativação da reação direta é a diferença de energia dada por **c - a + d**.
- a variação de entalpia da reação é a diferença de energia dada por **e - d**.
- a energia de ativação da reação direta é a diferença de energia dada por **b + d**.
- a variação de entalpia da reação é a diferença de energia dada por **e - (a + b)**.
- a variação de entalpia da reação é a diferença de energia dada por **e**.

**Resolução**

A energia de ativação da reação direta é dada por **y** no gráfico



Analisando o gráfico, verificamos que

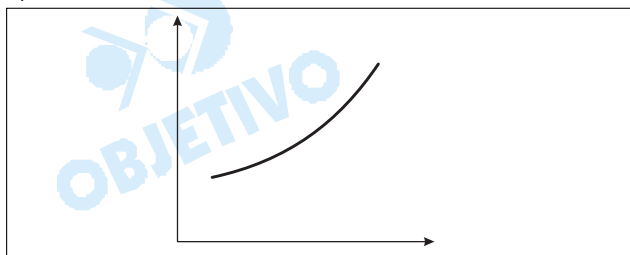
$$x = c - a$$

$$y = x + d \quad \therefore$$

$$y = x + d = c - a + d$$

**8 e**

Considere as seguintes afirmações relativas ao gráfico apresentado abaixo:



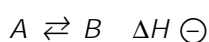
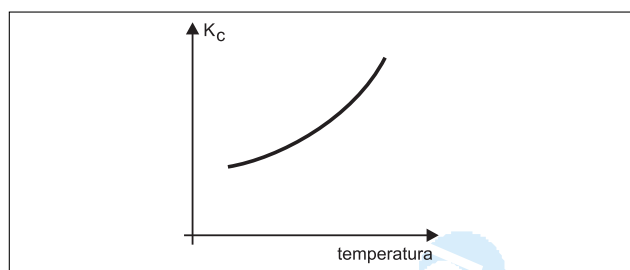
- I. Se a ordenada representar a constante de equilíbrio de uma reação química exotérmica e a abscissa, a temperatura, o gráfico pode representar um trecho da curva relativa ao efeito da temperatura sobre a constante de equilíbrio dessa reação.
- II. Se a ordenada representar a massa de um catalisador existente em um sistema reagente e a abscissa, o tempo, o gráfico pode representar um trecho relativo à variação da massa do catalisador em função do tempo de uma reação.
- III. Se a ordenada representar a concentração de um sal em solução aquosa e a abscissa, a temperatura, o gráfico pode representar um trecho da curva de solubilidade deste sal em água.
- IV. Se a ordenada representar a pressão de vapor de um equilíbrio líquido  $\rightleftharpoons$  gás e a abscissa, a temperatura, o gráfico pode representar um trecho da curva de pressão de vapor deste líquido.
- V. Se a ordenada representar a concentração de  $\text{NO}_2(\text{g})$  existente dentro de um cilindro provido de um pistão móvel, sem atrito, onde se estabeleceu o equilíbrio  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ , e a abscissa, a pressão externa exercida sobre o pistão, o gráfico pode representar um trecho da curva relativa à variação da concentração de  $\text{NO}_2$  em função da pressão externa exercida sobre o pistão, à temperatura constante.

Destas afirmações, estão **CORRETAS**

- |                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| a) apenas I e III.     | b) apenas I, IV e V. |
| c) apenas II, III e V. | d) apenas II e V.    |
| e) apenas III e IV.    |                      |

#### Resolução

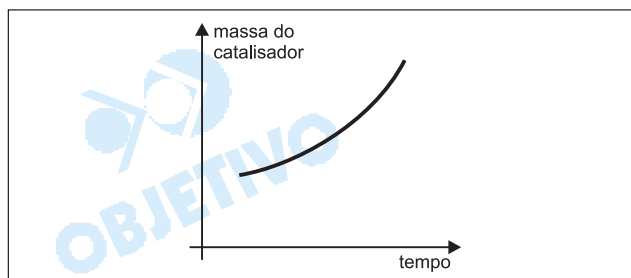
I – **Errada**



$$K_c = \frac{[B]}{[A]}$$

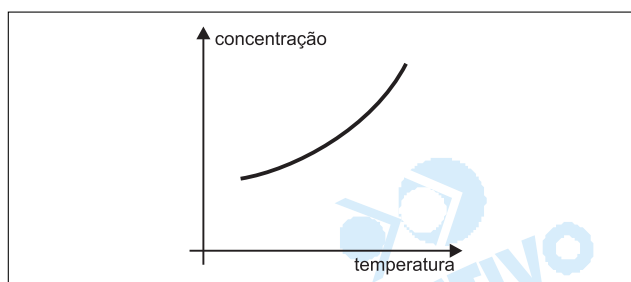
$$T \uparrow \xrightarrow[\text{para a esquerda}]{\text{desloca}} K_c \downarrow$$

II – **Errada**



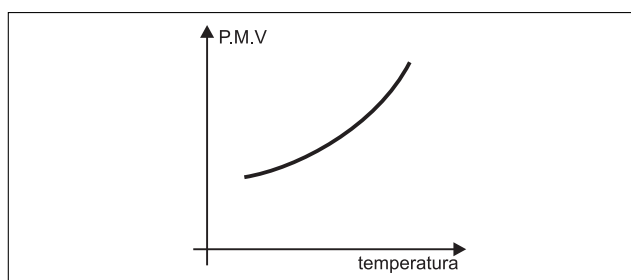
O catalisador participa de uma etapa da reação e é re-generado em outra etapa. No final da reação, a massa é a mesma.

III – **Correta**



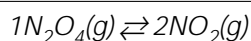
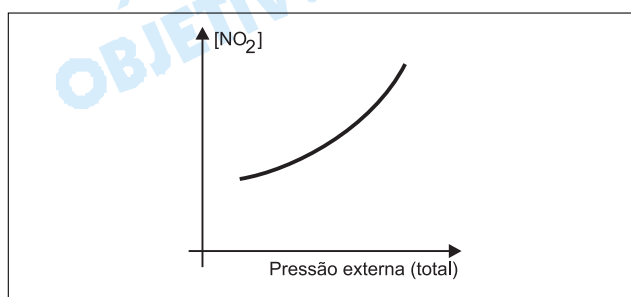
Se a dissolução do sal for endotérmica, quanto maior a temperatura, maior a solubilidade.

IV – **Correta**



Quanto maior a temperatura, maior a pressão de vapor do líquido.

V – **Errada**



Aumentando a pressão, o equilíbrio desloca-se para a esquerda, diminuindo a  $[NO_2]$ .

**9 b**

Para as mesmas condições de temperatura e pressão, considere as seguintes afirmações relativas à condutividade elétrica de soluções aquosas:

I. A condutividade elétrica de uma solução 0,1 mol/L

- de ácido acético é menor do que aquela do ácido acético glacial (ácido acético praticamente puro).
- II. A condutividade elétrica de uma solução 1 mol/L de ácido acético é menor do que aquela de uma solução de ácido tricloroacético com igual concentração.
- III. A condutividade elétrica de uma solução 1 mol/L de cloreto de amônio é igual àquela de uma solução de hidróxido de amônio com igual concentração.
- IV. A condutividade elétrica de uma solução 1 mol/L de hidróxido de sódio é igual àquela de uma solução de cloreto de sódio com igual concentração.
- V. A condutividade elétrica de uma solução saturada em iodeto de chumbo é menor do que aquela do sal fundido.

Destas afirmações, estão **ERRADAS**

- a) apenas I e II.                      b) apenas I, III e IV.  
c) apenas II e V.                    d) apenas III, IV e V.  
e) todas.

### **Resolução**

#### **I – Errada**

A condutividade elétrica de uma solução 0,1 mol/L de ácido acético (solução iônica) é **maior** do que aquela do ácido acético glacial que, praticamente, contém apenas moléculas eletricamente neutras.

#### **II – Correta**

A condutividade elétrica de uma solução 1 mol/L de ácido acético (ácido menos ionizado) é **menor** do que aquela de uma solução de ácido tricloroacético (ácido mais ionizado) com igual concentração.

#### **III – Errada**

A condutividade elétrica de uma solução 1 mol/L de cloreto de amônio (mais dissociado) é **maior** do que aquela de uma solução de hidróxido de amônio (menos dissociado).

#### **IV – Errada**

A condutividade elétrica de uma solução depende da quantidade dos íons na solução e também da sua mobilidade, e esta, por sua vez, depende do tamanho do íon. Tendo em vista o conteúdo programático do ensino médio, considera-se que as duas soluções apresentam, praticamente, a mesma condutividade elétrica.

#### **V – Correta**

A condutividade elétrica de uma solução saturada em iodeto de chumbo (pouco solúvel, pequena quantidade de íons livres) é menor do que aquela do sal fundido (maior quantidade de íons livres).

## **10 e**

Seja S a solubilidade de  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em 100g de água pura numa dada temperatura. A seguir, para a mesma temperatura, são feitas as seguintes afirmações a respeito da solubilidade de  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em 100g de diferentes soluções aquosas:

- I. A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em solução aquosa 1 mol/L de  $\text{HNO}_3$  é maior do que S.  
 II. A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em solução aquosa 1 mol/L de  $\text{AgNO}_3$  é menor do que S.  
 III. A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em solução aquosa 1 mol/L de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  é menor do que S.  
 IV. A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em solução aquosa 1 mol/L de  $\text{KCN}$  é maior do que S.  
 V. A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em solução aquosa 1 mol/L de  $\text{NaNO}_3$  é praticamente igual a S.

Destas afirmações, estão **CORRETAS**

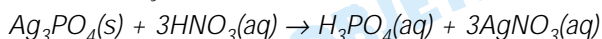
- a) apenas I, II e III.      b) apenas I, III e IV.  
 c) apenas II, III e IV.    d) apenas II, III e V.  
 e) todas.

#### Resolução

A solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$  em água é S/100g  $\text{H}_2\text{O}$  e é dada pelo equilíbrio:



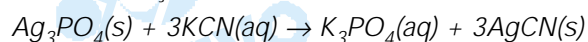
- I. **Correta.** A solubilidade em  $\text{HNO}_3(\text{aq})$  aumenta, pois ocorre a reação.



- II. **Correta.** A solubilidade em  $\text{AgNO}_3(\text{aq})$  diminui, pois a presença de íons  $\text{Ag}^+(\text{aq})$  desloca o equilíbrio em  $\text{X}$  para a esquerda, diminuindo a solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$ .

- III. **Correta.** A solubilidade em  $\text{Na}_3\text{PO}_4(\text{aq})$  diminui, pois a presença de íons  $\text{PO}_4^{3-}(\text{aq})$  desloca o equilíbrio em  $\text{X}$  para a esquerda, diminuindo a solubilidade de  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$ .

- IV. **Correta.** A solubilidade em  $\text{KCN}(\text{aq})$  aumenta, pois ocorre a reação.



- V. **Correta.** A solução de  $\text{NaNO}_3(\text{aq})$  não afeta a solubilidade do  $\text{Ag}_3\text{PO}_4$ , pois não apresenta íon comum ao equilíbrio  $\text{X}$  e não reage com o sal.

## 11 e

A massa de um certo hidrocarboneto é igual a 2,60g. As concentrações, em porcentagem em massa, de carbono e de hidrogênio neste hidrocarboneto são iguais a 82,7% e 17,3%, respectivamente. A fórmula molecular do hidrocarboneto é

- a)  $\text{CH}_4$ .    b)  $\text{C}_2\text{H}_4$ .    c)  $\text{C}_2\text{H}_6$ .    d)  $\text{C}_3\text{H}_8$ .    e)  $\text{C}_4\text{H}_{10}$ .

#### Resolução

- I) Cálculo das massas dos elementos na amostra:

$$\begin{array}{rcl} 2,60\text{g} & \text{-----} & 100\% \\ x & \text{-----} & 82,7\% \end{array}$$

$$x = 2,15\text{g de carbono}$$

$$\begin{array}{rcl} 2,60\text{g} & \text{-----} & 100\% \\ y & \text{-----} & 17,3\% \end{array}$$

$$y = 0,45g \text{ de hidrogênio}$$

II) Cálculo da quantidade de matéria, em mols:

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ mol de C} & \longrightarrow & 12,01g \\ x & \longrightarrow & 2,15g \end{array}$$

$$x = 0,179 \text{ mol}$$

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ mol de H} & \longrightarrow & 1,01g \\ y & \longrightarrow & 0,45g \end{array}$$

$$y = 0,446 \text{ mol}$$

A proporção molar entre os elementos C e H é respectivamente igual a 1:2,5, portanto a fórmula molecular do hidrocarboneto é  $C_4H_{10}$ .

$$0,179 : 0,446 = 1 : 2,5 = 4 : 10$$

## 12 a

Um elemento galvânico é constituído pelos eletrodos abaixo especificados e separados por uma ponte salina.

**ELETRODO I:** placa de chumbo metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol/L de nitrato de chumbo.

**ELETRODO II:** sulfato de chumbo sólido prensado contra uma "peneira" de chumbo metálico mergulhada em uma solução aquosa 1 mol/L de ácido sulfúrico. Nas condições-padrão, o potencial de cada um destes eletrodos, em relação ao eletrodo padrão de hidrogênio, é

$$E_{\text{Pb/Pb}^{2+}}^{\circ} = -0,1264 \text{ V} \quad (\text{ELETRODO I}).$$

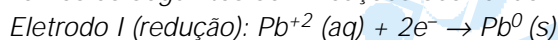
$$E_{\text{Pb/PbSO}_4, \text{SO}_4^{2-}}^{\circ} = -0,3546 \text{ V} \quad (\text{ELETRODO II}).$$

Assinale a opção que contém a afirmação **CORRETA** sobre as alterações ocorridas neste elemento galvânico quando os dois eletrodos são conectados por um fio de baixa resistência elétrica e circular corrente elétrica no elemento.

- A massa de sulfato de chumbo sólido na superfície do ELETRODO II aumenta.
- A concentração de íons sulfato na solução aquosa do ELETRODO II aumenta.
- O ELETRODO I é o pólo negativo.
- O ELETRODO I é o anodo.
- A concentração de íons chumbo na solução aquosa do ELETRODO I aumenta.

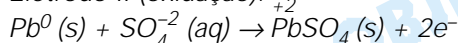
### Resolução

Temos as seguintes semi-reações ocorrendo:



cátodo – pólo positivo

Eletrodo II (oxidação):



ânodo – pólo negativo

Alternativa a: **correta**

A massa de sulfato de chumbo sólido aumenta na superfície do eletrodo II, pois temos a formação de íons  $Pb^{2+}$  que se combinam com os íons de  $SO_4^{-2}$  da solução produzindo  $PbSO_4$  (s)

Alternativa b: **errada**

A concentração de íons sulfato na solução do eletrodo II diminui, devido à formação de  $PbSO_4$  (s).

Alternativa c: **errada**

Eletrodo I – pólo positivo

Alternativa d: **errada**

Eletrodo I – cátodo

Alternativa e: **errada**

No eletrodo I, temos consumo de íons  $Pb^{2+}$ , portanto a sua concentração diminui.

### 13 b

Considere os valores da temperatura de congelção de soluções 1 milimol/L das seguintes substâncias:

- I.  $Al_2(SO_4)_3$ .      II.  $Na_2B_4O_7$ .      III.  $K_2Cr_2O_7$ .  
IV.  $Na_2CrO_4$ .      V.  $Al(NO_3)_3 \cdot 9H_2O$ .

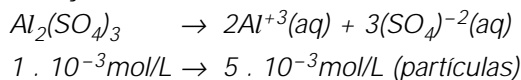
Assinale a alternativa **CORRETA** relativa à comparação dos valores dessas temperaturas.

- a)  $I < II < V < III < IV$ .      b)  $I < V < II \approx III \approx IV$ .  
c)  $II < III < IV < I < V$ .      d)  $V < II < III < IV < I$ .  
e)  $V \approx II < III < IV < I$ .

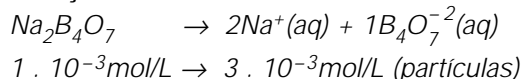
#### Resolução

Quanto maior o número de partículas dispersas numa solução, maior o efeito coligativo. Para as soluções dos compostos apresentados, temos que quanto maior a concentração de partículas dispersas, menor a temperatura de congelção da solução.

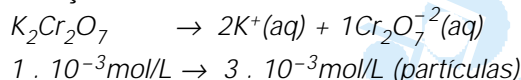
#### Solução I



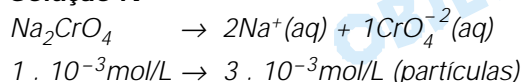
#### Solução II

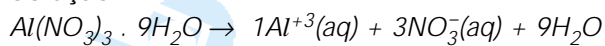


#### Solução III



#### Solução IV



**Solução V**

$$1 \cdot 10^{-3} \text{mol/L} \rightarrow 4 \cdot 10^{-3} \text{mol/L (partículas)}$$

Logo:  $I < V < II \approx III \approx IV$

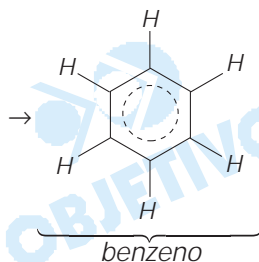
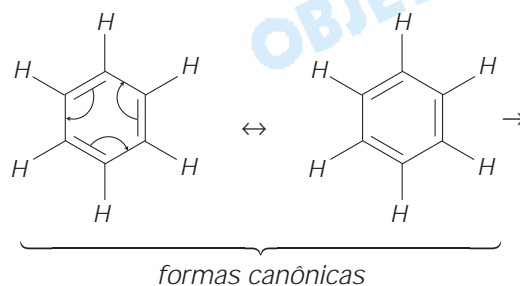
**14 d (?)**

Qual das substâncias abaixo apresenta isomeria geométrica?

- a) Ciclo-propano.
- b) Ciclo-buteno.
- c) Ciclo-pentano.
- d) Ciclo-hexano.
- e) Benzeno.

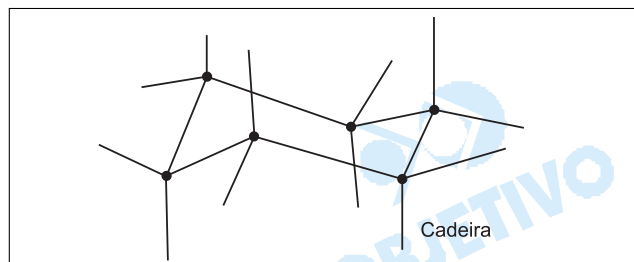
**Resolução**

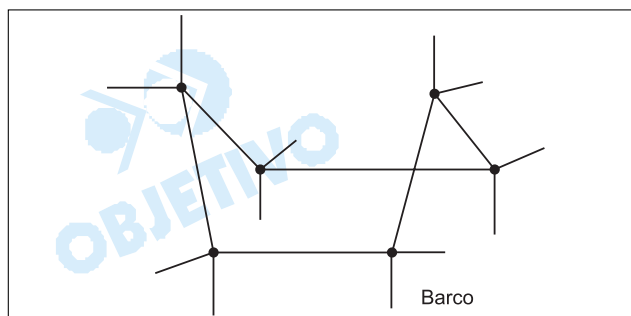
O benzeno apresenta o fenômeno de ressonância, isto é, o deslocamento da ligação pi ( $\pi$ ). É uma molécula plana e não apresenta isomeria.



O ciclopropano, o ciclobuteno e o ciclopentano não apresentam estereoisomeria.

O cicloexano apresenta forma espacial, pois os ângulos internos estão próximos do tetraedro regular. As formas espaciais são denominadas de barco e cadeira.





Moléculas que diferem entre si apenas pela rotação em torno de ligações simples são habitualmente chamadas isômeros conformacionais ou conformêros e não isômeros geométricos. Rigorosamente, a questão não tem resposta.

**15 d**

Considere os sistemas apresentados a seguir:

- I. Creme de leite.
- II. Maionese comercial.
- III. Óleo de soja.
- IV. Gasolina.
- V. Poliestireno expandido.

Destes, são classificados como sistemas coloidais

- a) apenas I e II.
- b) apenas I, II e III.
- c) apenas II e V.
- d) apenas I, II e V.
- e) apenas III e IV.

**Resolução**

Colóides são dispersões de partículas com diâmetro entre 1nm e 100nm em um solvente. Muitos alimentos são colóides, como creme de leite e maionese. Espumas são dispersões de um gás em um líquido ou sólido. A espuma de poliestireno (isopor) é colóide.

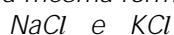
**16 c**

Assinale a opção que apresenta um par de substâncias isomorfas.

- a) Grafita (s), diamante (s).
- b) Oxigênio (g), ozônio (g).
- c) Cloreto de sódio (s), cloreto de potássio (s).
- d) Dióxido de enxofre (g), trióxido de enxofre (g).
- e) Monóxido de chumbo (s), dióxido de chumbo (s).

**Resolução**

As substâncias isomorfas apresentam o mesmo número de átomos combinados da mesma maneira, portanto produzem a mesma forma cristalina:



**17 c**

Considere as soluções aquosas obtidas pela dissolução das seguintes quantidades de solutos em um 1L de água:

- I. 1 mol de acetato de sódio e 1 mol de ácido acético.
- II. 2 mols de amônia e 1 mol de ácido clorídrico.
- III. 2 mols de ácido acético e 1 mol de hidróxido de sódio.
- IV. 1 mol de hidróxido de sódio e 1 mol de ácido clorídrico.

V. 1 mol de hidróxido de amônio e 1 mol de ácido acético.

Das soluções obtidas, apresentam efeito tamponante

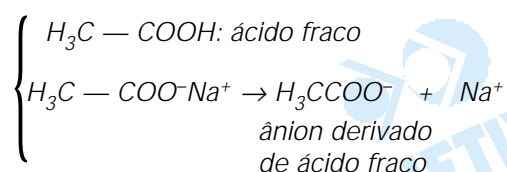
- a) apenas I e V.                      b) apenas I, II e III.  
c) apenas I, II, III e V.            d) apenas III, IV e V.  
e) apenas IV e V.

### Resolução

Para um sistema apresentar efeito tamponante, o pH do mesmo deve sofrer pequena alteração quando a ele adicionamos certa quantidade de ácido forte ou base forte.

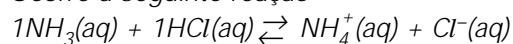
Para que isso aconteça, o sistema deve apresentar um ácido fraco e um ânion derivado desse ácido fraco (base de Brønsted) ou uma base fraca e um cátion derivado dessa base fraca (ácido de Brønsted) ou um ânion derivado de ácido fraco e um cátion derivado de base fraca.

#### I – Correta



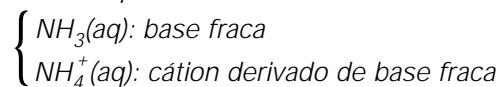
#### II – Correta

Ocorre a seguinte reação



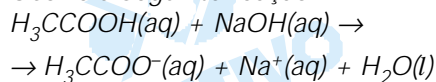
Haverá excesso de  $\text{NH}_3(\text{aq})$

Teremos portanto no sistema:



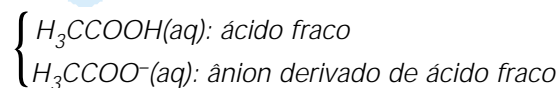
#### III – Correta

Ocorre a seguinte reação:

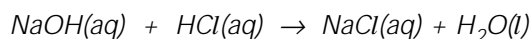


Haverá excesso de  $\text{H}_3\text{CCOOH}(\text{aq})$

Teremos no sistema final



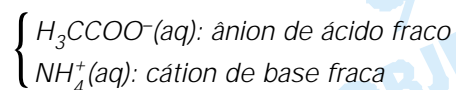
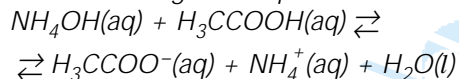
#### IV – Errada



base forte      ácido forte

#### V – Correta

Teremos o seguinte equilíbrio



## 18 sem resposta

Considere o caráter ácido-base das seguintes espécies:

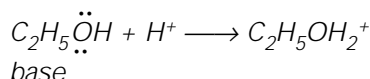
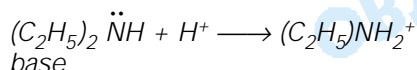
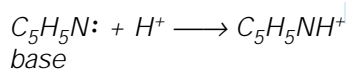
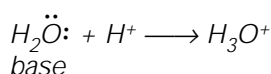
- I.  $\text{H}_2\text{O}$ .
- II.  $\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$  (piridina).
- III.  $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}$  (di-etil-amina).
- IV.  $[(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}_2]^+$  (di-etil-amônio).
- V.  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  (etanol).

Segundo a definição ácido-base de Brönsted, dentre estas substâncias, podem ser classificadas como base

- a) apenas I e II.
- b) apenas I, II e III.
- c) apenas II e III.
- d) apenas III, IV e V.
- e) todas.

### Resolução

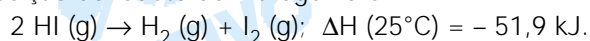
Base de Brönsted é toda espécie química receptora de prótons ( $\text{H}^+$ )



A espécie di-etilamônio não é receptora de próton, pois a estrutura não apresenta par de elétrons livres.

## 19 e

A equação química que representa a reação de decomposição do iodeto de hidrogênio é:



Em relação a esta reação, são fornecidas as seguintes informações:

- a) A variação da energia de ativação aparente dessa reação ocorrendo em meio homogêneo é igual a 183,9 kJ.
- b) A variação da energia de ativação aparente dessa reação ocorrendo na superfície de um fio de ouro é igual a 96,2 kJ.

Considere, agora, as seguintes afirmações relativas a essa reação de decomposição:

- I. A velocidade da reação no meio homogêneo é igual a da mesma reação realizada no meio heterogêneo.
- II. A velocidade da reação no meio homogêneo diminui com o aumento da temperatura.
- III. A velocidade da reação no meio heterogêneo independe da concentração inicial de iodeto de hidrogênio.
- IV. A velocidade da reação na superfície do ouro independe da área superficial do ouro.
- V. A constante de velocidade da reação realizada no

meio homogêneo é igual a da mesma reação realizada no meio heterogêneo.

Destas afirmações, estão **CORRETAS**

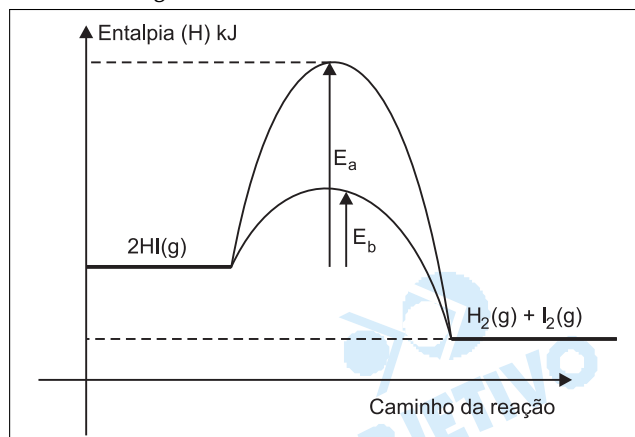
- a) apenas I, III e IV.      b) apenas I e IV.  
c) apenas II, III e V.      d) apenas II e V.  
e) nenhuma.

**Resolução**

Conforme as informações fornecidas:

meio homogêneo → sem catalisador

meio heterogêneo → com catalisador



I) **Errada**

A velocidade de reação com catalisador (meio heterogêneo) é maior.

II) **Errada**

A velocidade da reação aumenta com a elevação de temperatura.

III) **Errada**

A velocidade da reação depende da concentração do reagente.

IV) **Errada**

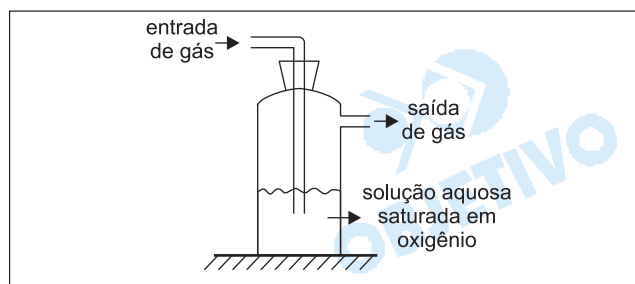
Quanto maior a área superficial do ouro, maior o número de colisões efetivas do HI(g), logo, maior a velocidade da reação.

V) **Errada**

Na presença do catalisador (meio heterogêneo), a reação ocorre com mecanismo diferente e portanto a constante de velocidade será diferente.

**20 b**

O frasco mostrado na figura a seguir contém uma solução aquosa saturada em oxigênio, em contato com ar atmosférico, sob pressão de 1 atm e temperatura de 25°C.



Quando gás é borbulhado através desta solução, sendo a pressão de entrada do gás maior do que a pressão de saída, de tal forma que a pressão do gás em contato com a solução possa ser considerada constante e igual a 1 atm, é **ERRADO** afirmar que a concentração de oxigênio dissolvido na solução

- permanece inalterada, quando o gás borbulhado, sob temperatura de 25°C, é ar atmosférico.
- permanece inalterada, quando o gás borbulhado, sob temperatura de 25°C é nitrogênio gasoso.
- aumenta, quando o gás borbulhado, sob temperatura de 15°C, é ar atmosférico.
- aumenta, quando o gás borbulhado, sob temperatura de 25°C, é oxigênio praticamente puro.
- permanece inalterada, quando o gás borbulhado, sob temperatura de 25°C, é uma mistura de argônio e oxigênio, sendo a concentração de oxigênio nesta mistura igual à existente no ar atmosférico.

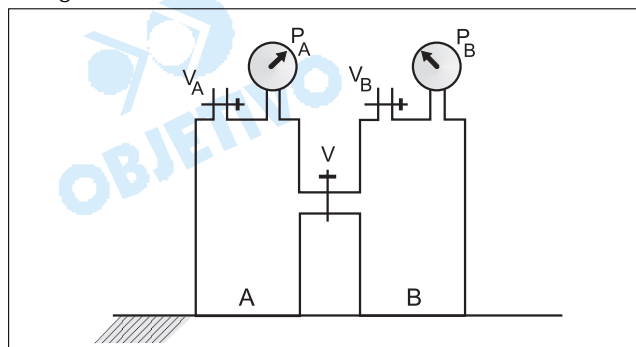
### Resolução

*A concentração de oxigênio dissolvido na solução será aumentada quando diminuirmos a temperatura do sistema e/ou aumentarmos a pressão parcial do oxigênio na mistura gasosa.*

*A concentração de oxigênio dissolvido na solução diminui, quando o gás borbulhado, sob a temperatura de 25°C, é nitrogênio gasoso, pois a pressão parcial do oxigênio torna-se praticamente igual a zero.*

**21**

A figura abaixo representa um sistema constituído por dois recipientes, **A** e **B**, de igual volume, que se comunicam através da válvula **V**. Água pura é adicionada ao recipiente **A** através da válvula  $V_A$ , que é fechada logo a seguir.



Uma solução aquosa 1,0 mol/L de NaCl é adicionada ao recipiente **B** através da válvula  $V_B$ , que também é fechada a seguir. Após o equilíbrio ter sido atingido, o volume de água líquida no recipiente **A** é igual a 5,0mL, sendo a pressão igual a  $P_A$ ; e o volume de solução aquosa de NaCl no recipiente **B** é igual a 1,0L, sendo a pressão igual a  $P_B$ . A seguir, a válvula **V** é aberta (tempo  $t = \text{zero}$ ), sendo a temperatura mantida constante durante todo o experimento.

- Em um mesmo gráfico de pressão (ordenada) versus tempo (abscissa), mostre como varia a pressão em cada um dos recipientes, desde o tempo  $t =$

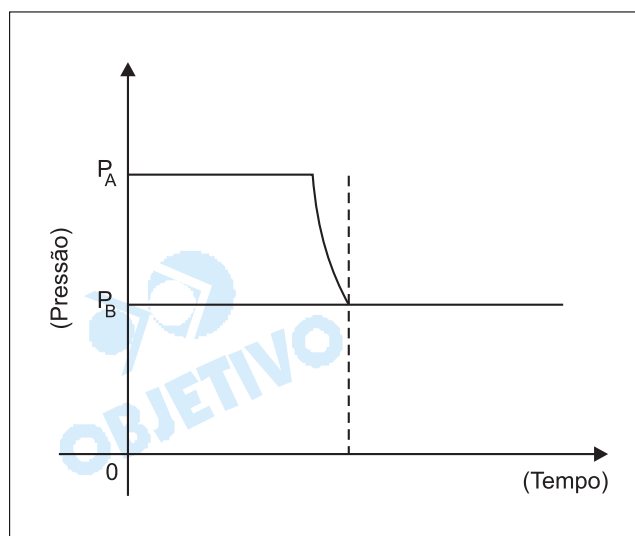
zero até um tempo  $t = \infty$ .

- b) Descreva o que se observa neste experimento, desde tempo  $t = 0$  até  $t = \infty$ , em termos dos valores das pressões indicadas nos medidores e dos volumes das fases líquidas em cada recipiente.

### Resolução

- a) Como a pressão de vapor da água pura numa determinada temperatura é maior que a pressão de vapor de uma solução aquosa na mesma temperatura, a pressão no recipiente A no qual existem 5,0 mL de água líquida ( $P_A$ ) é maior que a pressão no recipiente B onde existe 1,0 L de solução aquosa de NaCl 1,0 mol/L ( $P_B$ ).

Abrindo-se a válvula V, o sistema deixará de estar em equilíbrio e vapor d'água existente no recipiente A irá se dirigir para o recipiente B. Por um período de tempo, moléculas do solvente serão transferidas, via fase gasosa, do solvente puro para a solução até que toda a água do recipiente A evapore. Até esse instante, as pressões  $P_A$  e  $P_B$  permanecem praticamente as mesmas. A partir desse instante, a pressão  $P_A$  decresce devido à diminuição da quantidade em mols do vapor no recipiente A. A pressão  $P_B$ , **praticamente**, fica constante (aumenta aproximadamente 0,5% em função da diluição).



- b) A  $P_A$  irá diminuir até igualar-se a  $P_B$  que se mantém praticamente constante durante o decorrer do tempo.

O volume de água do recipiente A irá tender a zero, depois de certo tempo e o volume no recipiente B terá seu valor aumentado.

**22**

Na tabela abaixo são mostrados os valores de temperatura de fusão de algumas substâncias

Substância	Temperatura de fusão (°C)
Bromo	- 7
Água	0
Sódio	98
Brometo de Sódio	747
Silício	1414

Em termos dos tipos de interação presentes em cada substância, justifique a ordem crescente de temperatura de fusão das substâncias listadas.

#### Resolução

*O ponto de fusão depende das forças de interação entre as menores unidades que caracterizam os materiais.*

*Quanto maior for a interação entre as unidades, maior o ponto de fusão.*

*Bromo: Br<sub>2</sub>: forma sólidos **moleculares**, conjunto de moléculas apolares mantidas por forças intermoleculares (força de Van der Waals – London). Possuem pontos de fusão e ebulição relativamente baixos.*

*Água: H<sub>2</sub>O: forma sólidos **moleculares**, conjunto de moléculas polares mantidas por pontes de hidrogênio. Possuem pontos de fusão e ebulição relativamente baixos.*

*Sódio: Na: forma sólidos **metálicos**, que consistem em cátions mantidos unidos por um mar de elétrons. Apresentam ponto de fusão moderadamente elevado.*

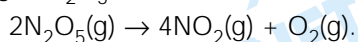
*Brometo de sódio: NaBr: forma sólidos **iônicos**, que são formados pela atração mútua de cátions e ânions. Possuem pontos de fusão e ebulição altos.*

*Silício: Si: forma sólidos **reticulares** (covalentes) que consistem em átomos ligados a seus vizinhos covalentemente através da extensão do sólido. Possuem ponto de fusão muito alto.*

*No sódio, brometo de sódio e silício, as ligações são atômicas, enquanto no bromo e água as ligações são forças intermoleculares mais fracas. A água tem maior ponto de fusão que o bromo, pois as pontes de hidrogênio entre as moléculas de água são mais fortes que as forças de Van der Waals entre as moléculas de bromo.*

**23**

A equação química que representa a reação de decomposição do gás N<sub>2</sub>O<sub>5</sub> é:



A variação da velocidade de decomposição do gás N<sub>2</sub>O<sub>5</sub> é dada pela equação algébrica:  $V = k \cdot [\text{N}_2\text{O}_5]$ ,

em que **k** é a constante de velocidade desta reação, e  $[N_2O_5]$  é a concentração, em mol/L, do  $N_2O_5$ , em cada tempo.

A tabela abaixo fornece os valores de  $\ln [N_2O_5]$  em função do tempo, sendo a temperatura mantida constante.

Tempo(s)	$\ln [N_2O_5]$
0	- 2,303
50	- 2,649
100	- 2,996
200	- 3,689
300	- 4,382
400	- 5,075

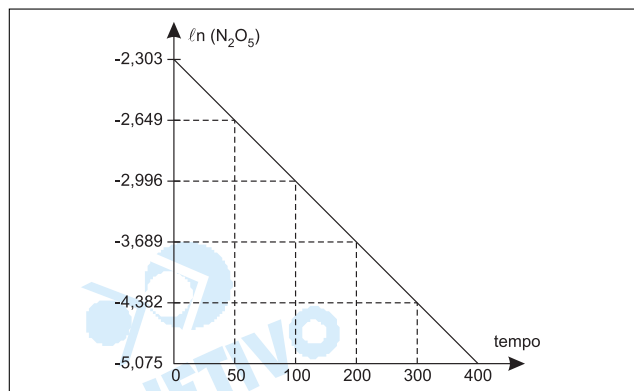
- Determine o valor da constante de velocidade (**k**) desta reação de decomposição. Mostre os cálculos realizados.
- Determine o tempo de meia-vida do  $N_2O_5$  no sistema reagente. Mostre os cálculos realizados.

#### Resolução

a)

##### • Resolução gráfica

Como a reação é de primeira ordem, o gráfico  $\ln [N_2O_5]$  versus tempo resultará em uma reta.



$$k = -\text{inclinação} = - \frac{(-5,075) - (-2,303)}{400 - 0} = 6,93 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

##### • Resolução algébrica

$$v = k [N_2 O_5]$$

$$\frac{-d [N_2 O_5]}{dt} = k [N_2 O_5]$$

$$d [N_2 O_5] = -k [N_2 O_5] dt$$

Integrando fica

$$[N_2 O_5] = [N_2 O_5]_0 \cdot e^{-kt}$$

Aplicando logaritmo neperiano, temos

$$\ln [N_2 O_5] = -k t + \ln [N_2 O_5]_0$$

A relação acima possui a forma de uma equação de reta. Substituindo, por exemplo, os valores para  $t = 0$  e  $t = 400\text{s}$ , temos

$$-5,075 = -k \cdot 400 - 2,303$$

$$k = 6,93 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$$

b) Considerando a relação concentração/tempo para uma reação de primeira ordem

$$\ln [N_2 O_5] = -k t + \ln [N_2 O_5]_0$$

e fazendo a  $[N_2 O_5]_{1/2}$  igual à concentração remanescente de  $[N_2 O_5]$  no fim do período de meia-vida, isto é, no tempo  $t_{1/2}$ , temos, por substituição,

$$\ln [N_2 O_5]_{1/2} = -k t_{1/2} + \ln [N_2 O_5]_0$$

$$k t_{1/2} = \ln [N_2 O_5]_0 - \ln [N_2 O_5]_{1/2}$$

$$k t_{1/2} = \ln \frac{[N_2 O_5]_0}{[N_2 O_5]_{1/2}}$$

$$\text{Como } [N_2 O_5]_{1/2} = \frac{1}{2} [N_2 O_5]_0$$

$$k t_{1/2} = \ln \frac{[N_2 O_5]_0}{\frac{1}{2} [N_2 O_5]_0} = \ln 2$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} \therefore t_{1/2} = \frac{0,693}{k}$$

$$t_{1/2} = \frac{0,693}{6,93 \cdot 10^{-3}}$$

$$t_{1/2} = 100\text{s}$$

**24**

Em um balão fechado e sob temperatura de  $27^\circ\text{C}$ ,  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$  está em equilíbrio com  $\text{NO}_2(\text{g})$ . A pressão total exercida pelos gases dentro do balão é igual a 1,0 atm e, nestas condições,  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$  encontra-se 20% dissociado.

- a) Determine o valor da constante de equilíbrio para a reação de dissociação do  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ . Mostre os cálculos realizados.
- b) Para a temperatura de  $27^\circ\text{C}$  e pressão total dos gases dentro do balão igual a 0,10 atm, determine o grau de dissociação do  $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ . Mostre os cálculos realizados.

**Resolução**

a)

	$\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$	
<i>início</i>	$p$	0
<i>reage e forma</i>	$0,2p$	$0,4p$
<i>equilíbrio</i>	$0,8p$	$0,4p$

Como a pressão total no equilíbrio é igual a 1,0 atm, temos

$$0,8p + 0,4p = 1$$

$$p = \frac{1}{1,2} \text{ atm}$$

Logo

$$p_{N_2O_4} = \frac{0,8}{1,2} \text{ atm} = \frac{2}{3} \text{ atm}$$

$$p_{NO_2} = \frac{0,4}{1,2} \text{ atm} = \frac{1}{3} \text{ atm}$$

$$K_p = \frac{(p_{NO_2})^2}{p_{N_2O_4}}$$

$$K_p = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{2}{3}} \text{ atm} = \frac{1}{6} \text{ atm}$$

b) Admitindo a nova pressão total no equilíbrio igual a 0,10 atm, temos

	$N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$	
início	$p$	0
reage e forma	$\alpha p$	$2\alpha p$
equilíbrio	$p - \alpha p$	$2\alpha p$

Equilíbrio:

$$p_{N_2O_4} + p_{NO_2} = 0,10 \text{ atm}$$

$$p - \alpha p + 2\alpha p = 0,10$$

$$p + \alpha p = 0,10$$

$$p(1 + \alpha) = 0,10$$

$$p = \frac{0,10}{1 + \alpha}$$

$$\text{Como } K_p = \frac{(p_{NO_2})^2}{p_{N_2O_4}}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{(2\alpha p)^2}{p - \alpha p}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4\alpha^2 p^2}{p - \alpha p}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4\alpha^2 p^2}{p(1 - \alpha)}$$

$$24\alpha^2 p = 1 - \alpha$$

Substituindo

$$24 \alpha^2 \cdot \frac{0,10}{1 + \alpha} = 1 - \alpha$$

$$2,4 \alpha^2 = (1 + \alpha)(1 - \alpha)$$

$$2,4 \alpha^2 = 1 - \alpha^2$$

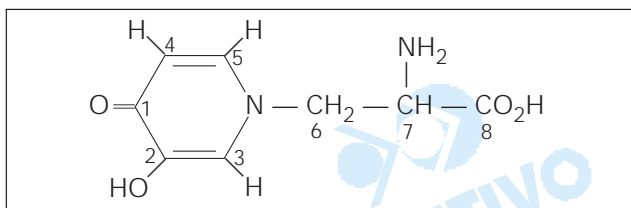
$$3,4 \alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{1}{3,4}}$$

$$\alpha = 0,54$$

$$54\%$$

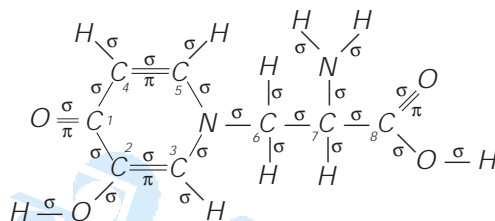
**25**

Um produto natural encontrado em algumas plantas leguminosas apresenta a seguinte estrutura:



- Quais são os grupos funcionais presentes nesse produto?
- Que tipo de hibridização apresenta cada um dos átomos de carbono desta estrutura?
- Quantas são as ligações sigma e pi presentes nesta substância?

**Resolução**



- Cetona (1), Enol (2), amina terciária (3, 5, 6), amina primária (7), ácido carboxílico (8)
- $C_1 \Rightarrow sp^2$ ;  $C_2 \Rightarrow sp^2$ ;  $C_3 \Rightarrow sp^2$   
 $C_4 \Rightarrow sp^2$ ;  $C_5 \Rightarrow sp^2$ ;  $C_6 \Rightarrow sp^3$   
 $C_7 \Rightarrow sp^3$ ;  $C_8 \Rightarrow sp^2$
- ligações Sigma : 24

ligações Pi : 4

**26**

A reação química de um determinado alceno **X** com ozônio produziu o composto **Y**. A reação do composto **Y** com água formou os compostos **A**, **B** e água oxigenada. Os compostos **A** e **B** foram identificados como um aldeído e uma cetona, respectivamente. A tabela abaixo mostra as concentrações (% m/m) de carbono e hidrogênio presentes nos compostos **A** e **B**:

Compostos	Carbono (% m/m)	Hidrogênio (% m/m)
A	54,6	9,1
B	62,0	10,4

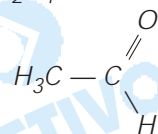
Com base nas informações acima, apresente

- a) as fórmulas moleculares e estruturais dos compostos: **X**, **Y**, **A** e **B**. Mostre os cálculos realizados, e  
b) as equações químicas balanceadas relativas às duas reações descritas no enunciado da questão.

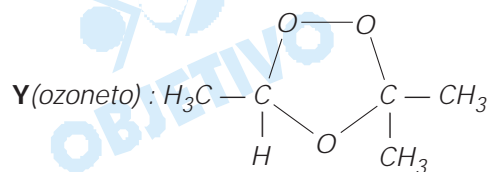
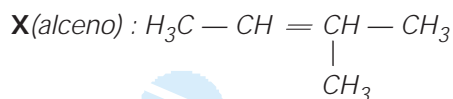
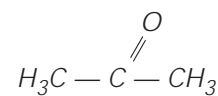
### Resolução

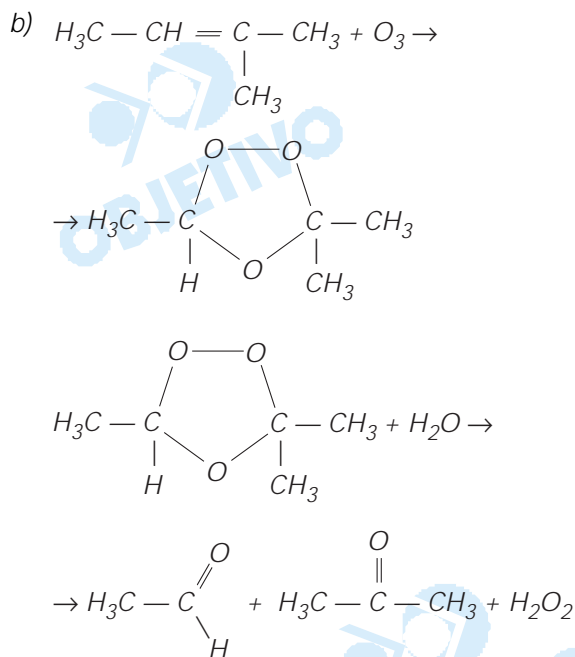
a) Cálculo das quantidades de matéria

$$\left. \begin{aligned} C_A: \frac{54,6g}{12,01g/mol} &= 4,546 \text{ mol} \\ H_A: \frac{9,1g}{1,01g/mol} &= 9,010 \text{ mol} \\ O_A: \frac{36,3g}{16,0g/mol} &= 2,269 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{dividindo todos} \\ \text{pelo menor, temos} \\ C_2H_4O \text{ (aldeído)} \end{array}$$



$$\left. \begin{aligned} C_B: \frac{62,0g}{12,01g/mol} &= 5,162 \text{ mol} \\ H_B: \frac{10,4g}{1,01g/mol} &= 10,297 \text{ mol} \\ O_B: \frac{27,6g}{16,0g/mol} &= 1,725 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{dividindo todos} \\ \text{pelo menor, temos} \\ C_3H_6O \text{ (cetona)} \end{array}$$





**27**

Em um béquer, a 25°C e 1 atm, foram misturadas as seguintes soluções aquosas: permanganato de potássio ( $\text{KMnO}_4$ ), ácido oxálico ( $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ ) e ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ). Nos minutos seguintes após a homogeneização desta mistura, nada se observou. No entanto, após a adição de um pequeno cristal de sulfato de manganês ( $\text{MnSO}_4$ ) a esta mistura, observou-se o descoramento da mesma e a liberação de um gás.

Interprete as observações feitas neste experimento. Em sua interpretação devem constar:

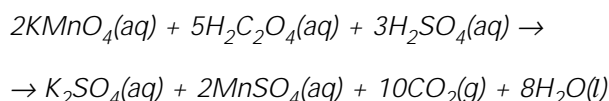
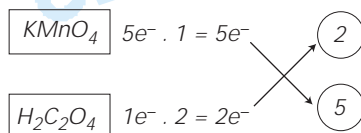
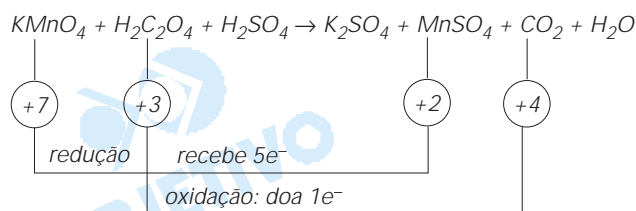
- a justificativa para o fato de a reação só ser observada após a adição de sulfato de manganês sólido, e
- as equações químicas balanceadas das reações envolvidas.

**Resolução**

a) Nos primeiros minutos nada se observa, porque a reação é lenta.

O sulfato de manganês atua como catalisador, pois acelera o processo químico.

b) Podemos representar esse processo por uma única equação química.



O gás liberado é gás carbônico ( $\text{CO}_2$ ). O íon permanganato (violeta) transforma-se em íon  $\text{Mn}^{+2}$  incolor, ocorrendo, portanto, um descoloramento da mistura.

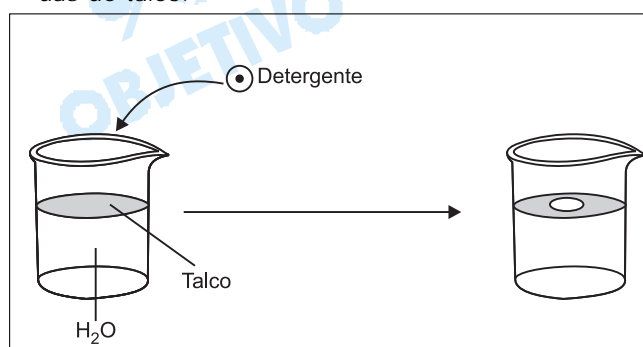
**28**

Um béquer de 500mL contém 400mL de água pura a  $25^\circ\text{C}$  e 1 atm. Uma camada fina de talco é espalhada sobre a superfície da água, de modo a cobri-la totalmente.

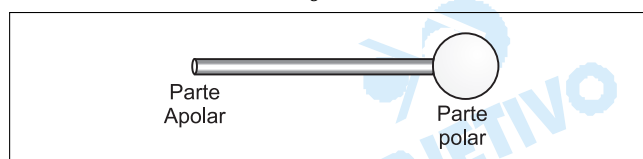
- O que deverá ser observado quando uma gota de detergente é adicionada na região central da superfície da água coberta de talco?
- Interprete o que deverá ser observado em termos das interações físico-químicas entre as espécies.

**Resolução**

- A gota de detergente irá espalhar-se na superfície da região central da água, afastando as partículas sólidas de talco.

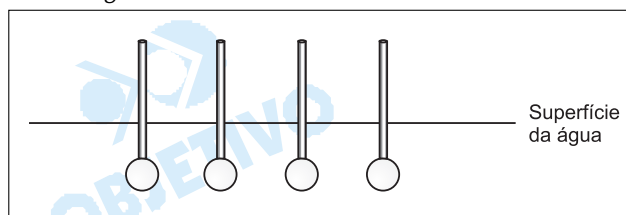


- Detergente:  $\text{R} - \text{OSO}_3^- \text{Na}^+$



Adicionando-se o detergente à água, temos a seguinte interação: a parte polar do detergente dissolve-se na água (polar), enquanto a parte apolar do detergente fica

fora da água.



**29**

Considere o elemento galvânico da **QUESTÃO 12**, mas substitua a solução aquosa de  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$  do ELETRODO I por uma solução aquosa  $1,00 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$  de  $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ , e a solução aquosa de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  do ELETRODO II por uma solução aquosa  $1,00 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$  de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Considere também que a temperatura permanece constante e igual a  $25^\circ\text{C}$ .

a) Determine a força eletromotriz deste novo elemento galvânico. Mostre os cálculos realizados.

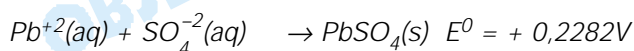
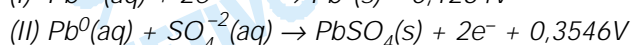
**Agora, considerando que circula corrente elétrica no novo elemento galvânico, responda:**

- b) Qual dos eletrodos, ELETRODO I ou ELETRODO II, será o anodo?
- c) Qual dos eletrodos será o pólo positivo do novo elemento galvânico?
- d) Qual o sentido do fluxo de elétrons que circula no circuito externo?
- e) Escreva a equação química balanceada da reação que ocorre neste novo elemento galvânico.

**Resolução**

a) Cálculo da força eletromotriz (E)

Inicialmente calculamos a força eletromotriz em condições padrões:



Calculamos agora a força eletromotriz com concentração  $1,00 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$ . Aplicando a equação de Nernst

$$E = E^0 - \frac{0,059}{n} \log Q$$

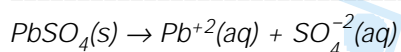
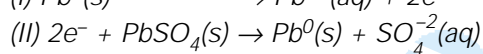
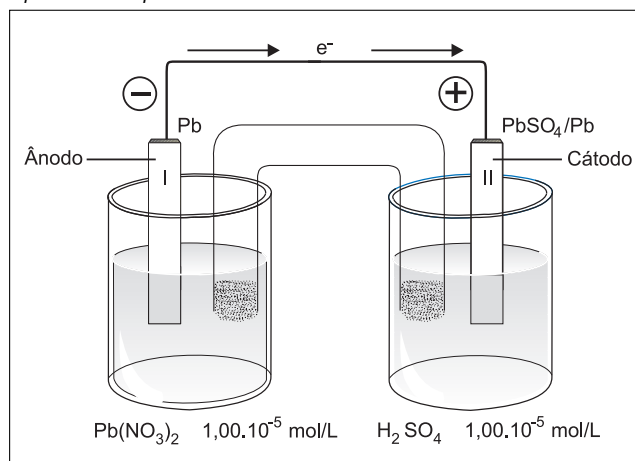
$$E = E^0 - \frac{0,059}{n} \cdot \log \frac{1}{[\text{Pb}^{+2}] \cdot [\text{SO}_4^{-2}]}$$

$$E = + 0,2282 - \frac{0,059}{2} \cdot \log \frac{1}{10^{-10}}$$

$$E = + 0,2282 - (0,295) = - 0,0668\text{V}$$

Como o potencial da pilha é negativo, ocorre a reação

oposta da questão 12.

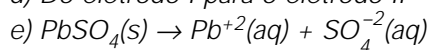


Respostas: a)  $E = -0,0668V$

b) Ânodo: eletrodo I

c) Pólo positivo: eletrodo II

d) Do eletrodo I para o eletrodo II

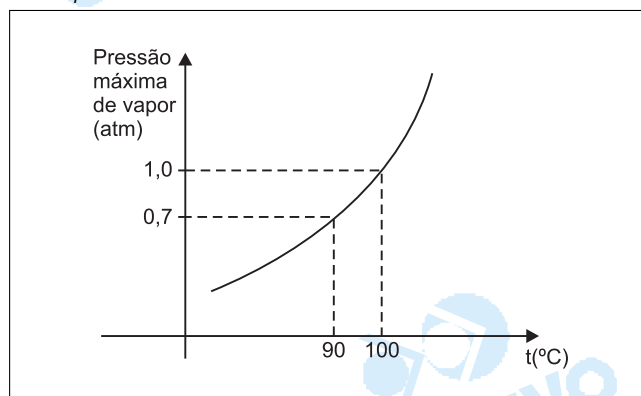


**30**

Explique por que água pura exposta à atmosfera e sob pressão de 1,0 atm entra em ebulição em uma temperatura de 100°C, enquanto água pura exposta à pressão atmosférica de 0,7 atm entra em ebulição em uma temperatura de 90°C.

#### Resolução

Um líquido entra em ebulição quando a pressão máxima de vapor iguala a pressão atmosférica do local. A pressão máxima de vapor depende da temperatura. Quanto maior a temperatura, maior a pressão máxima de vapor.



Quanto menor a pressão atmosférica, menor a temperatura de ebulição do líquido.